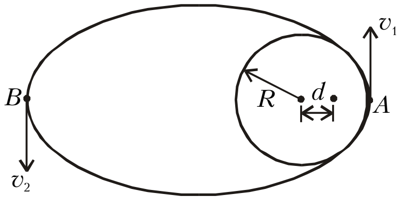

массового шара находится тяжелый шар из очень плотного вещества). В результате неточностей при сборке центр масс тяжелого шара оказался смещенным в плоскости экватора на расстояние d = 100 км от центра большого шара. Найдите минимальное время оборота спутника, который движется в экваториальной плоскости.

Найдем «минимальную» орбиту спутника. Пусть она почти касается Земли в точке A – ближайшей к сдвинутому центру масс (см. рисунок). Ускорение спутника в этой точке перпендикулярно вектору скорости $\vec{v}_1$ и определяется гравитационным притяжением «Земли»:

$$a = \frac{GM}{(R-d)^2} = \frac{v_1^2}{R}$$

(мы учли, что радиус кривизны орбиты в этом месте не может быть меньше радиуса Земли R). Отсюда мы можем найти наименьшую возможную скорость в этой точке:

$$v_1 = \frac{\sqrt{GMR}}{R-d}.$$

Рассмотрим теперь самую дальнюю точку орбиты B. Обозначим высоту спутника над поверхностью через x, тогда расстояние от спутника до центра масс в этой точке получится $R + d + x$. Для нахождения связи между скоростями в ближней и дальней точках траектории воспользуемся законом сохранения момента импульса (или вторым законом Кеплера):

$$v_2(R+d+x) = v_1(R-d)$$

и законом сохранения энергии (энергия взаимодействия спутника и «Земли» отрицательна!):

$$-\frac{GMm}{R-d} + \frac{mv_1^2}{2} = -\frac{GMm}{R+d+x} + \frac{mv_2^2}{2}.$$

Подставив сюда значение v_1 из предыдущего уравнения и исключив v_2, найдем значение высоты x:

$$x = \frac{2d^2}{R-2d} \approx 3200 \text{ м}.$$

Получилась совсем небольшая высота; значит, размер большой полуоси эллипса практически не отличается от радиуса Земли и период обращения T_1 почти равен $T_0 = 2\pi\sqrt{R/g} \approx 5060$ с – периоду обращения вокруг Земли по круговой орбите радиусом R. Отношение этих периодов можно найти, используя третий закон Кеплера:

$$\frac{T_1}{T_0} = \left(\frac{R + x/2}{R}\right)^{3/2} \approx 1{,}0004.$$

Замечание. На рисунке изображен сильно вытянутый эллипс, однако из расчетов следует, что это практически окружность.

З.Рафаилов

Ф1676. *При изучении падения тел в воздухе были получены любопытные результаты. Металлический шарик падал с установившейся скоростью 100 м/с, шарик вдвое большего диаметра из того же металла падал с установившейся скоростью 140 м/с. К маленькому шарику прикрепили длинную нить, и с таким «хвостом» он падал с установившейся скоростью 15 м/с. Когда длину «хвоста» увеличили в два раза, скорость установившегося падения уменьшилась до 9 м/с. Попробуйте оценить скорость падения этого шарика при очень большой длине «хвоста». Считайте, что «хвост» при движении не извивается, а остается вертикальным.*

При падении шарика в воздухе на него действует сила лобового сопротивления, пропорциональная квадрату его скорости и площади поперечного сечения падающего тела – данные в условии задачи числа позволяют это установить (при увеличении диаметра шарика в два раза его масса увеличивается в восемь раз, а площадь поперечного сечения – в четыре раза, отношение скоростей установившегося движения 140/100 как раз соответствует «квадратичному» закону). На шарик с «хвостом», кроме силы лобового сопротивления, действует еще сила вязкого трения (на нить), пропорциональная скорости падения и величине боковой поверхности «хвоста», т.е. длине нити. Эта сила явно получается «главной» – скорость установившегося движения в случае шарика с нитью во много раз меньше скорости шарика без нити. Ясно также, что придется учесть и массу длинной нити. Итак, не учитывая силу лобового сопротивления и обозначив массу шарика M, массу единицы длины нити ρ, длину нити в первом случае L, во втором $2L$ и в третьем nL, запишем условия движения системы с установившейся скоростью:

$$(M + \rho L)g = kLv_3,$$

$$(M + \rho\cdot 2L)g = k\cdot 2Lv_4,$$

$$(M + \rho\cdot nL)g = k\cdot nLv_5.$$

После простых преобразований найдем

$$M = 4\rho L,\quad \frac{M+\rho nL}{M+\rho L} = \frac{M+\rho nL}{5\rho L} = \frac{nv_5}{v_3}.$$

При большом n получим

$$\frac{v_5}{v_3} = \frac{1}{5},\ \text{и}\ v_5 = \frac{v_3}{5} = 3\ \text{м/с}.$$

Р.Шариков

Ф1677. *В жестком закрытом литровом сосуде находится 900 г воды; воздуха в сосуде нет. Температура внутри сосуда +100 °С. Содержимому сосуда сообщили 1000 Дж тепла. Оцените количество испарившейся при этом воды. Считайте, что при повышении температуры до +101 °С давление насыщенных паров воды увеличивается от 1 атм до 1,04 атм.*

Часть переданного системе тепла пойдет на нагревание воды, часть – на испарение. Попробуем оценить соотношение этих частей.

Пусть все тепло пошло на нагрев – тогда изменение температуры воды составит

$$\Delta T = \frac{Q}{cm} = \frac{1000\ \text{Дж}}{4200\ \text{Дж/(кг}\cdot\text{К)}\cdot 0{,}9\ \text{кг}} \approx 0{,}26\ \text{К}.$$