*ными* крупными вихрями, возникающими из-за неустойчивости основного потока, просто вычитаются, т.е. не рассматриваются совсем. Он дал количественное описание и процесса дробления вихрей, о котором писал Ричардсон.

Если процесс развития неустойчивости основного потока все время поддерживается (в случае атмосферы ее общая циркуляция поддерживается приходом энергии от Солнца и неравномерным ее распределением по поверхности планеты), то должен существовать постоянный поток энергии от вихрей больших масштабов к малым, где энергия турбулентности переходит в тепло вследствие вязкости. Этот поток энергии, т.е. скорость изменения кинетической энергии единицы массы жидкости в единицу времени, обозначается обычно через $\varepsilon$ (и измеряется в $Дж/(кг \cdot с)$). Средний квадрат разности, например, модулей скорости в двух точках, разделенных расстоянием $r$, можно считать относительной кинетической энергией жидких частиц единичной массы, отстоящих друг от друга на $r$. Рассмотрим два случая: больших и малых значений $r$.

Пусть $r$ велико по сравнению с расстоянием, где действует вязкость. Это расстояние называется *колмогоровским микромасштабом* и равно $l_к = \left(\nu^3/\varepsilon\right)^{1/4}$. (Разумность этой формулы можно проверить анализом размерностей.) Тогда велико и число Рейнольдса, и, проведя аналогии между силовыми и энергетическими характеристиками системы, мы можем использовать соответствующую формулу с динамическим временем $\tau_i = r/u$ и получить знаменитый «закон 2/3» Колмогорова:

$$u^2 \sim (\varepsilon r)^{2/3}.$$

Обухов нашел формулу для пространственной спектральной плотности кинетической энергии турбулентности. Дело в том, что случайное поле скорости можно представить в виде совокупности пространственных гармоник (синусоид) разных амплитуд и разных длин волн точно так же, как электрический сигнал произвольной формы можно представить в виде синусоид разных амплитуд и частот. Функция, показывающая, с каким «весом» входят разные гармоники, и называется *спектром*. Спектр очень удобен для практических измерений. Обухов получил, что для турбулентности пространственный спектр выглядит так:

$$E(k) \sim \varepsilon^{2/3} k^{-5/3}, \; k = 2\pi/\lambda,$$

где $\lambda$ – длина волны пространственной гармоники. Эта формула «действует» и в атмосфере, и в океане, и в больших аэродинамических трубах, и в атмосферах звезд, и даже в межзвездном газе в нашей галактике, что подтверждено прямыми измерениями многих ученых разных специальностей и разных стран. Недаром эта теория считается одним из самых выдающихся научных достижений гидродинамики XX века.

Для малых масштабов, когда $r < l_к = \left(\nu^3/\varepsilon\right)^{1/4}$, число Рейнольдса уже невелико, и мы должны использовать вязкое время $\tau_\nu$ (так как $\tau_\nu \ll \tau_i$). Тогда получим

$$u^2 \sim \varepsilon r^2/\nu.$$

(Для этих масштабов можно произвести точные расчеты, в результате справа появится множитель 1/3.)

Важным классом движений в природе и в технике являются *конвективные движения*, образующиеся, когда более легкая жидкость находится под более тяжелой. Такая ситуация возникает при нагреве жидкости снизу, например в кастрюле с водой на плите, или при охлаждении жидкости сверху. Первый процесс реализуется при нагреве почвы солнечным излучением, и эту конвекцию мы видим как дрожание воздуха, например, над распаханным полем. Последний процесс реализуется во всех природных водоемах, где при испарении с поверхности теплота фазового перехода забирается из самого верхнего слоя жидкости, который при этом охлаждается. Поток тепла $q_т$, уходящий из жидкости (или подводимый к ней), связан со скоростью диссипации кинетической энергии формулой

$$\varepsilon = \frac{\alpha g q_т}{\rho c_p},$$

где $\alpha$ – коэффициент объемного теплового расширения жидкости, $g$ – ускорение силы тяжести, $c_p$ – удельная теплоемкость при постоянном давлении.

Конечно, конвекция имеет свои особенности по сравнению со случаем локально однородной и изотропной турбулентности, так как в ней выделено вертикальное направление (связанное с вектором $\vec{g}$), но для грубых оценок скоростей конвективных движений можно использовать формулы, полученные для турбулентности. (Правда, при этом численные коэффициенты в них приходится определять заново.)

Ввиду важности знания скоростей при конвекции вязкой жидкости, соответствующая формула проверялась многочисленными экспериментами, а также численными и аналитическими исследованиями. Для средней скорости было получено выражение

$$u \sim 0{,}1\sqrt{\frac{\varepsilon}{\nu}}\, r = 0{,}1\sqrt{\frac{\alpha g q_т}{\rho \nu c_p}}\, r.$$

Для вещества земной мантии геофизики дают следующие значения: $\alpha \approx 4 \cdot 10^{-4}\ К^{-1}$, $\rho \approx 3 \cdot 10^3\ кг/м^3$, $c_p \approx 3 \cdot 10^2\ Дж/(кг \cdot К)$, $\nu \approx 10^{19}\ м^2/с$. Тогда при средней величине геотермического потока $q_т = 0{,}08\ Вт \cdot м^{-2}$ и толщине мантии $r \approx 3000$ км для скорости получим примерно 5 см/год. Реально движение литосферных плит, измеряемое с помощью системы навигационных спутников, происходит со скоростями от 1 до 10 см/год.

Найденное нами значение 5 см/год кажется невероятно малым, однако, вспомнив, что в году 52 недели, получим уже 1 мм в неделю. А это – скорость роста наших ногтей, и мы имеем дело с такой скоростью всю нашу жизнь. (По-видимому, первый на это совпадение обратил внимание современный английский геофизик Д.Мак-Кензи.)

Наличие вращения Земли существенно меняет характер конвективных движений в связи с действием *силы Кориолиса*, но не влияет на энергетику конвекции (так как эта сила не производит работы), поэтому формула для скорости диссипации энергии остается верной. Сила Кориолиса вводит новый масштаб времени $\tau_\omega = (2\Omega \sin\theta)^{-1}$, где $\Omega$ – угловая скорость вращения, $\theta$ – угол между осью вращения и местной горизонталью, т.е. для Земли – это широта. Для средних широт имеем $1/\tau_\omega = 2\Omega \sin\theta \approx 10^{-4}\ с^{-1}$.

Отношение силы инерции к силе Кориолиса определяется *числом Россби*, по имени шведского метеоролога, введшего его в рассмотрение в 1940 году, у нас оно называется *числом Кибеля*, по имени советского ученого, предложившего его тогда