Обе величины τ_ν и τ_i являются оценками характерного времени, за которое тело достигает постоянной скорости под действием соответствующей силы.

Итак, рассмотрим тело, падающее в некоторой среде. Скорость установившегося движения тела найдем, приравнивая эффективную «силу тяжести» (с учетом силы Архимеда) mg', где $m = 4\pi r^3\rho_т/3$ и $g' = g(\rho_т - \rho_с)/\rho_т$, силе сопротивления F_μ или $F_а$.

Чем больше по абсолютной величине ускорение, сообщаемое силой, тем меньше время установления равновесия между телом и средой. Если действуют несколько сил, то главную роль будет играть та, которой соответствует наименьшее время установления равновесия τ. Небольшие значения числа Рейнольдса ($Re \lesssim 1$) соответствуют тому, что вязкое время τ_ν много меньше инерционного τ_i. Поэтому для падающего тела можно записать

$$mg' \sim \mu ur \sim \nu\rho_с ur,$$

откуда

$$u \sim g'\tau_\nu \frac{\rho_т}{\rho_с}.$$

Аналогично, для больших значений числа Рейнольдса ($Re \gg 1$) запишем

$$mg' \sim \rho_с u^2 r^2,$$

откуда

$$u \sim g' \frac{r}{u}\frac{\rho_т}{\rho_с} = g'\tau_i \frac{\rho_т}{\rho_с}.$$

Рассмотрим еще течение вязкой жидкости плотностью ρ в трубе радиусом r и длиной l под действием разности давлений на ее концах Δp. На единицу объема жидкости будет действовать сила $\Delta p/l$, а ускорение жидкости будет равно $a = \Delta p/(\rho l)$. В результате для средней по сечению трубы скорости жидкости для малых чисел Рейнольдса ($Re \lesssim 1$) получаем

$$u_{ср} \sim a\tau_\nu \sim \frac{\Delta p}{\rho l}\frac{r^2}{\nu}.$$

Для тонких труб эта задача была решена в середине XIX века французским ученым Пуазейлем. Его решение отличается от нашего лишь множителем порядка 1.

Наоборот, при $Re \gg 1$ найдем

$$u \sim a\tau_i \sim \frac{\Delta p}{\rho l}\frac{r}{u},$$

откуда следует, что сопротивление снова пропорционально квадрату скорости, а средняя скорость определяется как

$$u_{ср} \sim \sqrt{\frac{\Delta p}{\rho l} r}.$$

Эта зависимость прекрасно подтверждается многочисленными экспериментами и изучена давно ввиду важности трубопроводного транспорта в жизни современного общества.

Отметим разные зависимости расхода массы в двух рассмотренных режимах при заданном значении напора, т.е. отношения $\Delta p/l$. В вязком режиме расход составляет

$$G = \rho\pi r^2 u_{ср} \sim \frac{\Delta p}{l} r^4,$$

а в нелинейном режиме –

$$G = \rho\pi r^2 u_{ср} \sim \sqrt{\frac{\Delta p}{l}}\, r^{5/2},$$

т.е. относительная эффективность транспортировки во втором случае заметно падает с ростом напора и радиуса трубы по сравнению с первым случаем.

Турбулентность

В нашем мире имеются разнообразные источники энергии, мощность которых меняется лишь за времена, сопоставимые со временем жизни нашей планеты (порядка 4,5 миллиардов лет, или $1{,}5 \cdot 10^{17}$ секунд). Так, солнечная энергия является не только источником жизни на Земле (путем образования хлорофилла), но и «топливом» для всех движений в атмосфере и океане. Источником всевозможных процессов в земной коре и внутри Земли служит тепло, образующееся в земных недрах при радиоактивном распаде различных элементов. Разогрев мантии (вещества, простирающегося на глубины до 3000 км и подходящего к земной коре, толщина которой от 20 до 70 км под континентами и всего 5 км вблизи срединно-океанических хребтов, из которых кора и образуется) приводит к движению вещества мантии – к *конвекции*. Эта конвекция перемещает неравномерным образом литосферные плиты, составляющие кору, со скоростями в несколько сантиметров в год, на границах плит растут упругие напряжения, которые частично сбрасываются в процессе землетрясений.

Для процессов изменения энергии системы в зависимости от времени можно написать уравнение, получающееся умножением уравнения движения на скорость. Как известно из школьного курса физики, произведение силы на скорость есть мощность этой силы. Если мощность системы уравновешивается (в среднем по времени и пространству) мощностью внешнего источника энергии (например, солнечного тепла), то кинетическая энергия системы в среднем сохраняется. Процесс уравновешивания имеет характерные времена, связанные с силами (как и при оценке скоростей падающих тел, проведенной в предыдущем разделе).

Начнем с описания средней пространственной структуры *турбулентного*, т.е. нерегулярного, потока в небольших масштабах, где структура не зависит от выбранного направления и положения в пространстве.

Более 70 лет назад английский ученый Ричардсон задался вопросом: обладает ли ветер скоростью? Он имел в виду, что ветер случайным образом меняется в пространстве и во времени в любых точках земного шара. Ему же принадлежит качественное описание турбулентности как процесса, в котором основной поток неустойчив и разбивается на крупные вихри, последние тоже неустойчивы и порождают более мелкие вихри, из которых рождаются еще более мелкие и так далее вплоть до самых мелких размеров. Последние вихри *диссипируют*, т.е. затухают вследствие вязкости, так как число Рейнольдса для них уже мало́.

В 1941 году вышла работа Андрея Николаевича Колмогорова, посвященная описанию структуры турбулентного потока. Почти одновременно появилась и работа его аспиранта Александра Михайловича Обухова, в которой был получен так называемый пространственный спектр турбулентности (и ряд других замечательных результатов). Колмогоров не знал тогда о Ричардсоне, но понимал трудности в создании теории турбулентности и дал количественные методы их преодоления. Чтобы обойти проблему скорости ветра, он предложил в качестве параметра рассматривать средний квадрат разности компонент скоростей, взятых в двух точках, разделенных расстоянием r. Тогда медленные изменения на бо́льших масштабах, связанные с *анизотроп-*