

(Кстати, расчет по способу «сшивания» графиков дает почти тот же ответ – он больше в $\sqrt{2}$ раз.)

А.Зильберман

Ф1664. В цепи, изображенной на рисунке 1, все резисторы имеют одно и то же сопротивление. Во сколько

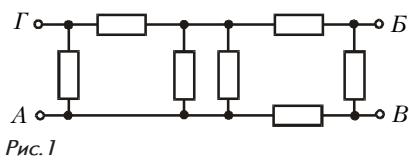


Рис. 1

раз изменится сопротивление цепи, измеряемое между точками А и В, если замкнуть проводником точки В и Г?

Для удобства вычислений обозначим на чертеже еще точку Д (рис.2). Видно, что резисторы АГ и ГД соединены последовательно, так что их можно заменить резистором сопротивлением $2R$. После замены получаем три параллельно соединенных резистора – этот резистор сопротивлением $2R$ и два резистора сопротивлением по R каждый, включенные между точками А и Д. Заменяем эту тройку резистором сопротивлением $0,4R$ – в сумме с последовательно подключенным резистором ДБ получим $1,4R$. Резисторы АВ и ВВ соединены последовательно, заменим их резистором сопротивлением $2R$. После расчета параллельного соединения этого резистора и резистора сопротивлением $1,4R$ получим $14R/17$.

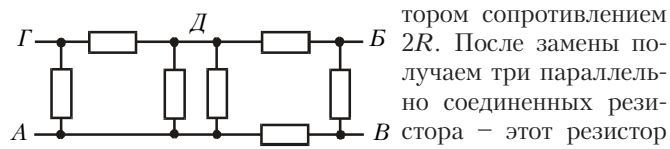


Рис. 2

Теперь замкнем точки В и Г. Перерисуем схему так, чтобы была ясна получившаяся симметрия (рис.3). Видно, что точка Д и точка В, Г совершенно равноправны – к той и к другой подходят одинаковые цепочки от точки А и от точки В. Это означает, что ток через резистор, включенный между точками Д и В, равен нулю и этот резистор можно просто удалить из схемы – ничего при этом не изменится, а схема будет выглядеть проще. После «выбрасывания» получим две простые цепочки сопротивлением по $1,5R$, соединенные параллельно. Полное сопротивление при этом составит $3R/4$. Таким образом, после замыкания точек В и Г полное сопротивление между точками А и В уменьшилось в $56/51 \approx 1,1$ раза.

А.Простов

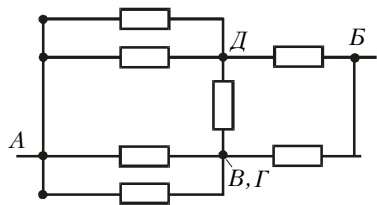


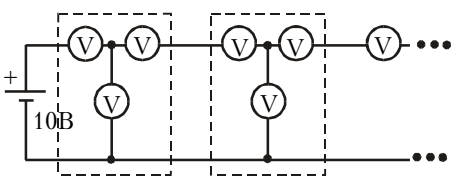
Рис. 3

А.Простов

Ф1665. К батарейке напряжением 10 В подключена схема, содержащая очень большое число одинаковых ячеек. Каждая ячейка состоит из трех одинаковых вольтметров, как показано на рисунке. Найдите показания вольтметров в первой ячейке. Что показывают вольтметры в ячейке номер пять?

А.Простов

Найдем обычным способом сопротивление бес-



конечной цепочки Z – добавим одно звено и потребуем, чтобы сопротивление осталось равным Z:

$$R + \frac{R(R+Z)}{R+Z+R} = Z,$$

откуда

$$Z = R\sqrt{3}.$$

Теперь приступим к расчету напряжений. Пусть нижний вольтметр в первом звене показывает U , тогда левый покажет $E - U$, где E – напряжение батарейки, а правый (ток через него равен разности токов первых двух приборов) покажет $E - 2U$. Напряжение на входе второго звена определяется произведением тока правого вольтметра (такой же ток втекает во второе звено) на сопротивление бесконечной цепи Z . Значит, это напряжение больше напряжения правого вольтметра в $\sqrt{3}$ раз, т.е. равно $\sqrt{3}(E - 2U)$. Сумма последних двух напряжений равна напряжению нижнего вольтметра:

$$U = (E - 2U) + \sqrt{3}(E - 2U).$$

Отсюда

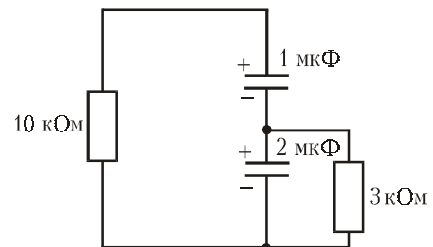
$$U = E \left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \approx 4,23 \text{ В.}$$

Итак, левый вольтметр показывает $E - U \approx 5,77 \text{ В}$, правый вольтметр показывает $E - 2U \approx 1,54 \text{ В}$.

Напряжение на входе второй ячейки составляет $E(2 - \sqrt{3})$. Тогда показания приборов в пятой ячейке будут меньше показаний соответствующих приборов первой ячейки в $1/(2 - \sqrt{3})^4 \approx 194$ раза.

Р.Повторов

Ф1666. Конденсатор емкостью 1 мкФ заряжен до напряжения 4 В и подключен «минусом» к «плюсу» конденсатора емкостью 2 мкФ, заряженного до напряжения 6 В (см. рисунок). Параллельно конденсатору большей емкости подключают резистор сопротивлением 3 кОм, а к свободным выводам конденсаторов одновременно подключают резистор сопротивлением 10 кОм. Какое количество теплоты выделится в каждом из резисторов за большой интервал времени?



Численные данные в этой задаче аккуратно подобраны. Сразу после подключения через резистор сопротивлением 10 кОм потечет ток

$$I_1 = \frac{U_1 + U_2}{R_1} = 1 \text{ мА,}$$

а через резистор сопротивлением 3 кОм –

$$I_2 = \frac{U_2}{R_2} = 2 \text{ мА.}$$