Значит, G – точка пересечения прямых CF и BK. Утверждение задачи доказано.

24. Применим равенство задачи несколько раз:

$$P(x, y) = P(x + y, y - x) = P((x + y) + (y - x), (y - x) - (x + y)) = P(2y, -2x).$$

Многочлен $P(x, y)$ есть сумма одночленов вида $a_{kl}x^k y^l$ (в частности, a_{00} – свободный член). Среди всех коэффициентов a_{kl}, где $k + l > 0$, выберем наибольший по модулю. Соответствующий член имеет вид $Ax^m y^n$. Подставим: $A(2y)^m(-2x)^n$. Получили коэффициент, по модулю больший A. Значит, $P(x, y)$ – константа.

25. Применим индукцию. При $n = 1$ имеем очевидное равенство. Пусть $n > 1$ и для всех меньших значений неравенство уже доказано. Пусть $\vec{s}$ – сумма векторов левой части неравенства. Можно считать, что $\vec{s} \neq 0$. Если векторы $\overrightarrow{A_1A_2}$ и $\vec{s}$ не сонаправлены, то будем поворачивать вектор $\overrightarrow{A_1A_2}$ так, чтобы его проекция на $\vec{s}$ возрастала. При этом проекция на $\vec{s}$ суммы векторов будет возрастать (а значит, будет возрастать и длина этой суммы, т. е. левая часть неравенства). Таким образом мы добьемся или того, что конец вектора совпадет с началом следующего за ним по часовой стрелке вектора, или того, что вектор станет сонаправлен с $\vec{s}$. В первом случае можно заменить два «склеившихся» вектора на их сумму и применить предположение индукции. Во втором – рассмотреть вектор $\overrightarrow{A_3A_4}$ и поворачивать его.

26. Поскольку число $n^2 + 1$ не является точным квадратом, все его делители можно разбить на пары вида $\left(d, \left(n^2+1\right)/d\right)$. Значит, $\tau\left(n^2+1\right)$ четно. Если n четно, то все делители d числа $n^2 + 1$ нечетны и можно считать, что $d < n$. Получили: $\tau\left(n^2+1\right) < n$ при четных n.

Предположим, что при $n \geq N$ последовательность $\tau\left(n^2+1\right)$ возрастает. Так как число $\tau\left(n^2+1\right)$ четно, то при $n \geq N$ имеем $\tau\left((n+1)^2+1\right) \geq \tau\left(n^2+1\right) + 2$, откуда по индукции $\tau\left((N+k)^2+1\right) \geq \tau\left(N^2+1\right) + 2k$. При достаточно большом k (таком, что $N + k$ четно) неравенства $N + k > \tau\left((N+k)^2+1\right) \geq \tau\left(N^2+1\right) + 2k$ дают противоречие.

НАПЕЧАТАНО В 1998 ГОДУ