

Значит, G – точка пересечения прямых CF и BK . Утверждение задачи доказано.

24. Применим равенство задачи несколько раз:

$$P(x, y) = P(x + y, y - x) = \\ = P((x + y) + (y - x), (y - x) - (x + y)) = P(2y, -2x).$$

Многочлен $P(x, y)$ есть сумма одночленов вида $a_{kl}x^k y^l$ (в частности, a_{00} – свободный член). Среди всех коэффициентов a_{kl} , где $k + l > 0$, выберем наибольший по модулю. Соответствующий член имеет вид $Ax^m y^n$. Подставим: $A(2y)^m (-2x)^n$. Получили коэффициент, по модулю больший A . Значит, $P(x, y)$ – константа.

25. Применим индукцию. При $n = 1$ имеем очевидное равенство. Пусть $n > 1$ и для всех меньших значений неравенство уже доказано. Пусть \vec{s} – сумма векторов левой части неравенства. Можно считать, что $\vec{s} \neq 0$. Если векторы $\vec{A}_1 \vec{A}_2$ и \vec{s} не сонаправлены, то будем поворачивать вектор $\vec{A}_1 \vec{A}_2$ так, чтобы его проекция на \vec{s} возрастала. При этом проекция на \vec{s} суммы векторов будет возрастать (а значит, будет возрастать и длина этой суммы, т. е. левая часть неравенства). Та-

ким образом мы добьемся или того, что конец вектора совпадет с началом следующего за ним по часовой стрелке вектора, или того, что вектор станет сонаправлен с \vec{s} . В первом случае можно заменить два «склеившихся» вектора на их сумму и применить предположение индукции. Во втором – рассмотреть вектор $\vec{A}_3 \vec{A}_4$ и поворачивать его.

26. Поскольку число $n^2 + 1$ не является точным квадратом, все его делители можно разбить на пары вида $(d, (n^2 + 1)/d)$.

Значит, $\tau(n^2 + 1)$ чётно. Если n чётно, то все делители d числа $n^2 + 1$ нечётны и можно считать, что $d < n$. Получили: $\tau(n^2 + 1) < n$ при чётных n .

Предположим, что при $n \geq N$ последовательность $\tau(n^2 + 1)$ возрастает. Так как число $\tau(n^2 + 1)$ чётно, то при $n \geq N$ имеем $\tau((n+1)^2 + 1) \geq \tau(n^2 + 1) + 2$, откуда по индукции $\tau((N+k)^2 + 1) \geq \tau(N^2 + 1) + 2k$. При достаточно большом k (таком, что $N + k$ чётно) неравенства $N + k > \tau((N+k)^2 + 1) \geq \tau(N^2 + 1) + 2k$ дают противоречие.

НАПЕЧАТАНО В 1998 ГОДУ

	журнал	с.		журнал	с.
Статьи по математике					
<i>И.Акулич.</i> Ум хорошо, а пять – лучше	6	10	– « –	Макс Планк – основатель квантовой физики	4 23
<i>В.Арнольд.</i> Статистика первых цифр степеней двойки и передел мира	1	2	– « –	Опыты Резерфорда	5 16
<i>А.Коробов.</i> Простые числа и постулат Бертрана	4	7	– « –	Нильс Бор	6 17
<i>Н.Долбиллин.</i> Самоподобные мозаики	2	9	Математический мир		
<i>В.Сендеров, А.Спивак.</i> Многочлены деления круга	1	10	<i>А.Егоров.</i> «Архимедесу» – 25 лет	3	13
<i>М.Смуров, А.Спивак.</i> Покрытия полосками	4	17	<i>В.Тихомиров, В.Успенский.</i> Павел Самуилович Урысон	3	10
– « –	5	6	Новости науки		
Статьи по физике					
К 90-летию со дня рождения И.К.Кикоина	4	2	Звук разорванного неба	1	20
«Вот «Квант», который построил Исаак...»	4	6	Элемент 112 – самый тяжелый на сегодня?	2	21
<i>С.Бетяев.</i> Гидродинамические парадоксы	1	5	Магниты... бывают без металла	3	17
<i>А.Бирюков.</i> Тамэси-вари	5	13	Задачник «Кванта»		
<i>Дж.Вайли.</i> Магнитная монополия	2	2	Памяти Н.Б.Васильева	5	18
<i>М.Каганов.</i> Просто физика	4	10	Задачи М1621 – М1665, Ф1628 – Ф1672	1–6	
<i>М.Каганов.</i> Законы сохранения помогают понять физические явления	6	2	Решения задач М1601 – М1645, Ф1613 – Ф1657	1–6	
<i>И.Кикоин, С.Лазарев.</i> ФЭМ-эффект	4	3	Победители конкурса «Задачник «Кванта» 1997 года	5	28
<i>А.Митрофанов.</i> Аэродинамический парадокс спутника	3	2	Усреднение по окружности	1	29
<i>В.Митюгов.</i> О квантовой природе теплоты	3	7	«Квант» для младших школьников		
<i>Э.Руманов.</i> Физика рулетки	2	16	Памяти А.П.Савина	4	34
<i>А.Семенов.</i> Вакуум	5	2	Задачи	1–6	
Из истории науки					
<i>В.Вайскопф.</i> Наука в двадцатом веке	1	19	Конкурс «Математика 6–8»	1, 4, 5, 6	
<i>А.Васильев.</i> Первый лауреат Нобелевской премии по физике	2	20	Заключительный этап конкурса «Математика 6–8»	1	35
– « –			Победители конкурса «Математика 6–8» 1997 года	5	30
Пьер и Мария Кюри – у истоков открытия радиоактивности	3	16	<i>И.Григорьева.</i> Разумно или логично?	3	30