2. $\left[\log_3\frac{\sqrt{41}-1}{2};1\right)$. *Указание*. Записав равенство в виде $\log_x\log_3\left(10-9^x\right)\ge\log_x x$, рассмотрите два случая $0<x<1$ и $x>1$.
3. 110, 96, 66 страниц. *Указание.* Заметив, что нормы машинисток относятся, как 5:4:3, примите их равными $5p$, $4p$, $3p$.
4. $\frac{\sqrt{2}}{16}a^2$. *Указание.* Первый способ: сравните сечение с ΔBCQ, где Q – середина AD; второй способ: примените формулу Герона.
5. 9; 15/2. *Указание.* Выразите площадь параллелограмма как функцию $S(x)$, где x – длина стороны параллелограмма, лежащая на основании треугольника.

Вариант 3

1. $\frac{\pi}{3}r^3\operatorname{ctg}^3\frac{\alpha}{2}\cdot\operatorname{tg}\alpha$. **2.** $k\frac{\pi}{4}$, $k\in\boldsymbol{Z}$; $\pm\frac{\pi}{3}+2\pi n$, $n\in\boldsymbol{Z}$.
3. $\left(\frac{1}{3};1\right)$. **4.** 1; 3. *Указание.* Удобно обозначить $y=5^{x-1}$.
5. $y=-9$ (касательная горизонтальна).

Вариант 4

1. $2d^2\cos\beta\cdot\sqrt{2-\cos^2\beta}$.
2. $\frac{\pi}{4}+\frac{k\pi}{2}$, $k\in\boldsymbol{Z}$; $(-1)^n\frac{\pi}{12}+\frac{\pi n}{2}$, $n\in\boldsymbol{Z}$. **3.** $(-\infty;16)\cup(-3;\infty)$.
4. 10; $10^{-9/2}$. **5.** (1; –27), (4; 0).

Вариант 5

1. $26\frac{1}{4}$ см^2. *Указание.* Сначала рассмотрите отсеченную пирамиду – она подобна исходной.
2. $1+2\pi k$, $k\in\boldsymbol{Z}$; $2\pi n$, $n\in\boldsymbol{Z}$. *Указание.* Преобразуйте правую часть уравнения в произведение.
3. $(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$. **4.** 3; 27.
5. $y=-1$ (касательная горизонтальна).

Задачи устного экзамена

1. 1.
2. $\sqrt{2}$. *Указание.* Преобразуйте разность $\cos 20°-\cos 80°$ в произведение, а $1+\cos 280°$ замените на $2\cos^2 140°$.
3. 1. *Указание.* Воспользуйтесь тем, что

$$\log_q p=\frac{1}{\log_p q}.$$

4, 5, 6. См. рис.14 (*а*, *б*, *в*).

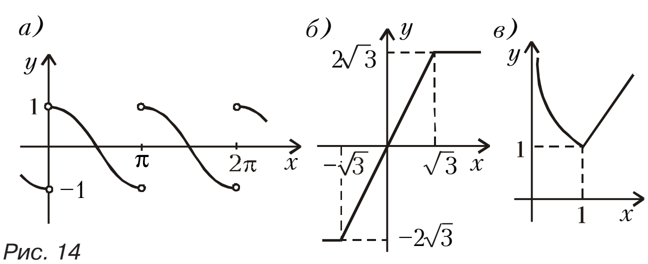

Рис. 14

7. $\frac{5\sqrt{3}}{2}$. *Указание.* Пусть x, y – половины диагоналей параллелограмма. Выразите стороны параллелограмма через x, y, а из полученных уравнений найдите произведение xy.
8. $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ м. *Указание.* Через вершину верхнего основания трапеции проведите прямую, параллельную боковой стороне трапеции.

9. 84. **10.** (0; 0), (–1; 1), ($\sqrt{2}$; 2), ($-\sqrt{2}$; 2).
11. $[-2;2)\cup[3;4)$. **12.** $(-\infty;0]\cup[6;+\infty)$.
13. $\pm\frac{\pi}{6}+\pi n$, $n\in\boldsymbol{Z}$.
14. $-\frac{7}{2}$; $\frac{1}{2}$. *Указание.* Обозначьте $y=\left(\frac{1}{2}\right)^{|2x+3|}$.
15. $a=-1/2$. *Указание.* Рассмотрите случаи $a>0$, $a=0$, $a<0$.

ФИЗИКА

1 $m=100$ кг. **2.** $v_0=25$ м/с; $h=31{,}25$ м.
3. $\mu\approx 0{,}06$. **4.** $P=678$ Н. **5.** $V_0=2{,}73$ л.
6. $t\approx 77$ °C. **7.** $E\approx 3\cdot 10^5$ Н/Кл; $Q\approx 0{,}5\cdot 10^{-6}$ Кл.
8. $Q_1=400$ кДж; $Q_2=1{,}8$ МДж. **9.** $\alpha\approx 61°$. **10.** Нет.

V РОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО АСТРОНОМИИ И КОСМИЧЕСКОЙ ФИЗИКЕ

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ТУР

8 класс

1. Лучше в первой четверти.
2. Около 180 тысяч лет тому назад.
3. От 5 до 8 раз в году. **4.** Над Прагой.
5. Примерно 176 суток. **6.** Вне Солнца.

9 класс

5. Приблизительно 3,8 мин.
6. Диаметр астероидов должен быть больше 20 км.

10 класс

1. $h_{\max}=90°-\varphi+(\varepsilon+i)\approx 63{,}1°$.
2. $\rho\ge 3\pi/\left(GT^2\right)=1{,}09\cdot 10^6$ кг/м^3.
3. Центр масс может находиться как внутри, так и вне Солнца – в зависимости от взаимного расположения планет.
4. На $0{,}074^m$.
5. Около 700 звезд за 27,3 суток (время полного оборота Луны относительно звезд), т.е. чуть больше одной звезды в час.
6. Зонд легче запустить с Марса, сначала выведя его на околопланетную орбиту, а затем переведя на очень вытянутую орбиту вокруг Солнца. Длительность полета – 121,4 суток.

11 класс

1. Наблюдаемая галактика в 2–2,5 раза меньше нашей.
2. На $\Delta m/2=2{,}62^m$.
3. В противоположной точке Солнце поднялось над горизонтом уже на 1°.
4. От -9^m до -5^m (в зависимости от величины коэффициента отражения в кошачьем глазе и яркости фонаря).
5. Время перелета – около 259 суток, а время ожидания – около 454 суток.
6. Площадь паруса – около 6 км^2.

ИЗБРАННЫЕ ЗАДАЧИ САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ОЛИМПИАДЫ

1. Предположим, что такая расстановка существует. Начиная с места, где стоит нуль, занумеруем по часовой стрелке места, на которых стоят числа, номерами от 0 до 14 (всего чисел от –7 до 7 как раз 15 штук). Рассмотрим числа, стоящие на местах с номерами 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13. Числа, номера которых соседние в этом списке, стоят на ок-