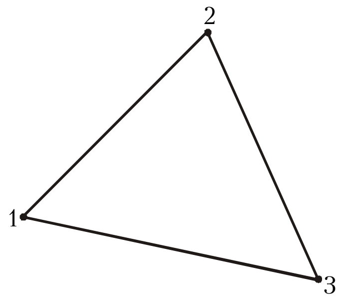

Рис. 1

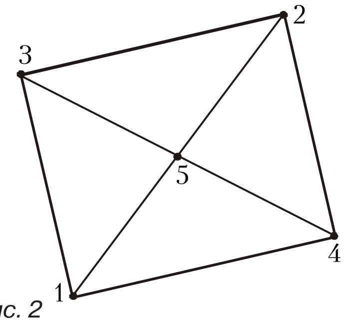

Рис. 2

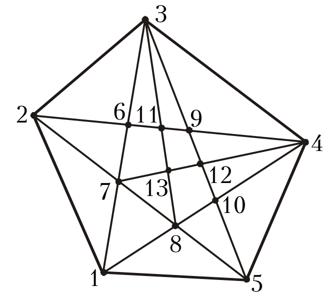

Рис. 3

$= 729 \cdot 5 \geq b_{n+1}$. Итак, порог – это число 10^4. Достаточно проверить справедливость связанного с числом 153 замечательного факта для всех кратных трем чисел от 1 до 10^4, и мы тем самым докажем его справедливость для всех остальных чисел данного семейства. Вот здесь-то как раз и может пригодиться компьютер!

Рассмотрим другую замечательную последовательность. В качестве начального элемента выберем четырехзначное натуральное число, не все цифры которого равны между собой. Переход от данного элемента последовательности к следующему производится по такому правилу. Расположим десятичные цифры в записи данного числа в порядке убывания слева направо — получим первое число. Расположим их в обратном порядке и вычтем это второе число из первого. Таким образом получаем следующий элемент последовательности. Как ведут себя члены такой последовательности?

Следующая числовая последовательность:

11, 101, 1001, 10001, ..., 100...001, ...

обладает загадками иного рода. Сразу можно заметить, что члены этой последовательности, содержащие четное число нулей, делятся на 11 (быстро убедиться в этом помогает известный признак делимости на 11: число делится на 11, если в десятичной записи этого числа сумма цифр, стоящих на четных местах, равна сумме цифр, стоящих на нечетных местах). Элементы последовательности с нечетным количеством нулей также обнаруживают некоторые закономерности. Для всех $n = 0, 1, 2, \ldots$

числа $10^{1+2n} + 1$ делятся на 11;
числа $10^{2+4n} + 1$ делятся на 101;
числа $10^{4+8n} + 1$ делятся на 73;
числа $10^{8+16n} + 1$ делятся на 17;
. . .

Открытым остается вопрос: всякое ли число вида $10^k + 1$ составное (здесь k – натуральное)?

Замечательные последовательности можно искать не только в мире чисел, но и в мире фигур.

Пусть на плоскости задано некоторое множество точек, пронумерованных от 1 до n. Конфигурацию этих точек будем наращивать по следующему правилу. Начнем соединять отрезками точку 1 по порядку с другими точками, имеющими больший номер: с точкой 2, с точкой 3 и т.д. Затем ту же операцию произведем, отправляясь от точки 2, от точки 3 и т.д. (точка с меньшим номером всегда соединяется с точкой с большим номером). Каждый раз, когда на пересечении отрезков образуется одна новая точка, она получает следующий по порядку незанятый номер: $n + 1$, $n + 2$ и т.д. Если проводимый отрезок пересекает сразу несколько других отрезков – нумерация вновь образованных точек производится в порядке возрастания от точки с меньшим номером в сторону точки с большим номером.

Легко заметить, что 3 точки на плоскости не порождают новых точек (рис.1), 4 точки могут породить одну-единственную пятую точку (рис.2). Чудеса начинаются, когда в исходной конфигурации участвуют 5 точек. Вообще говоря, 5 точек – это «критическая масса», с которой начинается «цепная реакция»: необузданный рост новых точек (рисунок 3 — конфигурация после соединения точек 1, 2, 3, 4 с другими точками). Однако существуют такие исходные конфигурации, когда рост новых точек производится «равномерно» (на рисунке 4 показана конфигурация после соединения точек 1, 2, ..., 13 с другими точками).

Существует ли исходная конфигурация из 6 и большего количества точек, обладающая этим же свойством?

А.Жуков

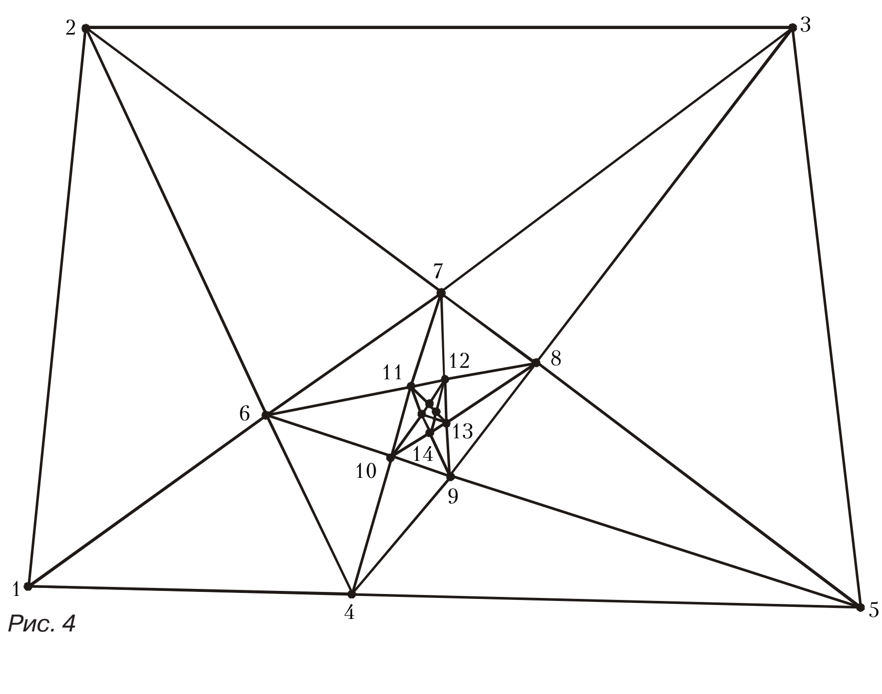

Рис. 4