

# Фазовые переходы в задачах по физике

А. ШЕРОНОВ

**И**НТЕРЕС к фазовым превращениям вещества понятен. Достаточно вспомнить, что превращение воды в лед или пар и обратно обеспечивает существование всего живого на Земле. Вся химическая и металлургическая промышленность, работа систем жизнеобеспечения человека тесно связаны с плавлением, кристаллизацией, парообразованием и конденсацией различных веществ. Эти превращения встречаются и в задачах по физике, причем нескольких типов.

Для решения одних задач достаточно использовать закон сохранения энергии, а именно уравнение теплового баланса.

В других задачах используются свойства насыщенного пара жидкости. С одной стороны, масса, давление, объем насыщенного пара при заданной (не слишком высокой) температуре связаны уравнением состояния газов, несмотря на значительно большее взаимодействие молекул пара между собой по сравнению с газами. С другой стороны, пока пар остается насыщенным, его давление не зависит от объема, который он занимает. Понятно, что это может происходить за счет конденсации пара или испарения жидкости, которая должна находиться в указанном объеме.

В задачах третьего типа приходится учитывать условия, при которых происходят фазовые превращения. Например, испарение (конденсация) и плавление (отвердевание) происходят обычно при постоянном давлении. Теплота испарения или плавления при этом идет не только на изменение внутренней энергии системы, но и на совершение работы против внешних сил, обеспечивающих постоянство давления. При испарении (конденсации) жидкости за счет подвода (отвода) тепла часть теплоты испарения (конденсации), расходуемая на совершение этой работы, вполне заметна. Напротив, при плавлении (отвердевании) за счет подвода (отвода) тепла работой против внешних сил, как правило, можно пренебречь.

Рассмотрим теперь несколько приме-

ров решения задач, в которых происходят фазовые превращения.

**Задача 1.** В калориметр, содержащий лед массой  $m_1 = 0,4$  кг при температуре  $t_1 = -53$  °С, налили воду массой  $m_2 = 0,1$  кг с температурой  $t_2 = 15$  °С. Найдите температуру в калориметре после установления равновесия. Удельная теплоемкость льда  $c_1 = 2,1$  кДж/(кг · К), воды  $c_2 = 4,2$  кДж/(кг · К), удельная теплота плавления льда  $\lambda = 334$  кДж/кг.

В этой задаче не задано конечное состояние, в котором будет находиться содержимое калориметра в равновесии. Поэтому для решения необходимо провести предварительные оценки баланса тепла. Превращения льда в воду и обратно происходят при  $t_0 = 0$  °С (давление в задаче предполагается равным атмосферному). Найдём количество теплоты  $Q_1$ , которое потребуется, чтобы нагреть весь лед до 0 °С от начальной температуры:

$$Q_1 = c_1 m_1 (t_0 - t_1) = 44,5 \cdot 10^3 \text{ Дж}.$$

Это тепло может отдать вода при охлаждении от 15 °С до 0 °С и при дальнейшем замерзании. Соответствующие количества теплоты равны

$$Q_2 = c_2 m_2 (t_2 - t_0) = 6,3 \cdot 10^3 \text{ Дж},$$

$$Q_3 = \lambda m_2 = 33,4 \cdot 10^3 \text{ Дж}.$$

Из сравнения видно, что  $Q_1 > Q_2 + Q_3$ . Потому конечная температура в калориметре будет отрицательной, вода охладится до 0 °С, замерзнет, а получившийся лед охладится до конечной температуры  $t_3$ . Окончательный баланс тепла имеет вид

$$c_1 m_1 (t_3 - t_1) = c_2 m_2 (t_2 - t_0) + \lambda m_2 + c_1 m_2 (t_0 - t_3),$$

или

$$t_3 \left( 1 + \frac{m_2}{m_1} \right) = t_1 + \frac{c_2 m_2}{c_1 m_1} t_2 + \frac{\lambda m_2}{c_1 m_1}.$$

Отсюда находим

$$t_3 = -4,6 \text{ °С}.$$

**Задача 2.** В теплоизолированный сосуд, содержащий газообразный азот

при температуре  $T_1 = 300$  К и давлении  $p_1 = 1$  атм, впрыснули жидкий азот при  $T = 77$  К (температура кипения жидкого азота при атмосферном давлении). После того как жидкий азот испарился, в сосуде установилась температура  $T_2 = 150$  К, а давление уменьшилось до  $p_2 = 0,72$  атм. Найдите молярную теплоту испарения жидкого азота. Молярная теплоемкость газообразного азота при постоянном объеме составляет  $C_V = 20,8$  Дж/(моль · К).

Пусть вначале в сосуде содержалось  $\nu_1$  молей азота, а после установления равновесия добавилось еще  $\nu_2$  молей. Из уравнения состояния (при постоянном объеме) имеем

$$\frac{(\nu_1 + \nu_2) T_2}{\nu_1 T_1} = \frac{p_2}{p_1}.$$

За счет охлаждения газообразного азота происходит испарение жидкого азота и нагрев получившегося газа до конечной температуры 150 К. Баланс тепла имеет вид

$$\nu_1 C_V (T_1 - T_2) = \nu_2 \lambda + \nu_2 C_V (T_2 - T).$$

С учетом первого равенства для молярной теплоты испарения получим

$$\lambda = \frac{T_2 p_1}{T_1 p_2 - T_2 p_1} C_V (T_1 - T_2) - C_V (T_2 - T) \approx 5500 \text{ Дж/моль}.$$

**Задача 3.** Замкнутый цилиндрический сосуд делится подвижным поршнем на 2 равные части. В одной из них находится воздух, в другой – вода и пар. При медленном нагревании всего сосуда поршень начинает двигаться и в некоторый момент времени останавливается. В этот момент он делит объем сосуда на части в отношении 1 : 3. Определите отношение массы воды к массе пара в начале опыта. Температуры в обеих частях сосуда все время одинаковы. Объемом, занимаемым водой в одной из частей сосуда, пренебречь.

Пусть объем всего сосуда  $V_0$ , масса пара  $m_n$ , воды  $m_b$ . Поршень будет двигаться до тех пор, пока вся вода не испарится. При этом объем, занятый паром, увеличится от  $V_1 = V_0/2$  до  $V_2 = 3V_0/4$ , а его масса – от  $m_n$  до  $m_n + m_b$ . Уравнение состояния для воздуха дает

$$\frac{p_1 (V_0 - V_1)}{T_1} = \frac{p_2 (V_0 - V_2)}{T_2},$$

где  $p_1$ ,  $T_1$  – начальные давление и температура, а  $p_2$  и  $T_2$  – конечные. Аналогично для пара имеем

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{m_n + m_b}{m_n} \frac{p_2 V_2}{T_2}.$$

Из этих двух равенств получаем

$$\frac{p_1 T_2}{p_2 T_1} = \frac{V_0 - V_2}{V_0 - V_1} = \left(1 + \frac{m_b}{m_n}\right) \frac{V_2}{V_1},$$

откуда находим искомое отношение масс:

$$\frac{m_b}{m_n} = 2.$$

**Задача 4.** В кастрюлю-скороварку налили немного воды при комнатной температуре, герметично закрыли крышкой и стали медленно нагревать. Когда температура и давление в кастрюле достигли  $t = 115^\circ\text{C}$  и  $p = 3$  атм, вся вода выкипела. Найдите, какую часть объема занимала вода вначале. Давление паров воды и объем, занимаемый водой вначале, малы. Молярная масса воды  $M = 18$  г/моль, плотность воды  $\rho = 1$  г/см<sup>3</sup>, температура в комнате  $t_0 = 17^\circ\text{C}$ , атмосферное давление  $p_0 = 1$  атм.

Пусть  $V$  – объем кастрюли, а  $v$  – объем, занимаемый водой. По условию вначале давление воздуха в кастрюле составляло  $p_0 = 1$  атм, температура была  $T_0 = 290$  К. В конце опыта давление  $p$  в кастрюле складывалось из давления воздуха  $p_0 T/T_0$  и давления пара  $\rho v RT/(Mv)$ . Таким образом,

$$p = p_0 \frac{T}{T_0} + \frac{\rho v}{M} \frac{RT}{V},$$

откуда

$$\frac{v}{V} = M \frac{p - p_0 T/T_0}{\rho RT} = 9,3 \cdot 10^{-4} \approx 0,1\%.$$

**Задача 5.** В переносном газовом баллоне объемом  $V_0 = 5$  л может поместиться не больше  $m_0 = 2,2$  кг жидкого пропана ( $\text{C}_3\text{H}_8$ ) под давлением  $p = 10$  атм и при температуре  $T = 290$  К. Сколько пропана в газообразном состоянии останется в баллоне, если израсходовать 90% пропана?

Пусть газообразный пропан с молярной массой  $M = 44$  г/моль занимает объем  $V$  и его масса при этом равна  $M\rho V/(RT)$ . Предварительная оценка по этой формуле показывает, что оставшиеся 220 г пропана при давлении 10 атм заняли бы в газообразном состоянии объем, больший 2,2 л. Значит, часть пропана находится в виде жидкости с плотностью  $\rho = m_0/V_0$ . Таким образом, для оставшегося пропана массой  $0,1m_0$  можно записать равенство

$$\rho(V_0 - V) + \frac{M\rho V}{RT} = 0,1m_0.$$

Отсюда находим массу пропана в газообразном состоянии:

$$m = \frac{M\rho V}{RT} = \frac{0,9M\rho V_0}{RT} \approx 0,085 \text{ кг}.$$

**Задача 6.** Приготовление пищи в кастрюле-скороварке происходит при повышенном давлении, а следовательно, и повышенной по сравнению со  $100^\circ\text{C}$  температуре. Поэтому внезапная разгерметизация кастрюли приводит к образованию «мини-гейзера»: перегретая вода при атмосферном давлении бурно вскипает и кипит до тех пор, пока не охладится до  $100^\circ\text{C}$ . Оцените, какая часть воды в скороварке испарится при разгерметизации за счет внутреннего запаса тепла, если давление внутри кастрюли  $p = 1,2$  атм. Известно, что изменение давления насыщенного пара вблизи атмосферного на  $\Delta p_0 = 27$  мм рт.ст. вызывает изменение температуры на  $\Delta t_0 = 1^\circ\text{C}$ . При температуре  $100^\circ\text{C}$  удельная теплота испарения воды  $\lambda = 2250$  кДж/кг, удельная теплоемкость  $c = 4,2$  кДж/(кг · К).

Избыточное (по сравнению с атмосферным) на  $\Delta p = 0,2$  атм давление вызывает перегрев на

$$\Delta t = \Delta t_0 \frac{\Delta p}{\Delta p_0} = \frac{0,2}{27/760}^\circ\text{C}.$$

При охлаждении до  $100^\circ\text{C}$  за счет внутреннего запаса тепла воды массой  $m$  испаряется часть воды массой  $\Delta m$ . Из уравнения теплового баланса

$$\lambda \Delta m = cm \Delta t$$

находим

$$\frac{\Delta m}{m} = \frac{c \Delta t}{\lambda} = 0,01.$$

**Задача 7.** В цилиндре под поршнем находится смесь  $\nu$  молей жидкости и  $\nu$  молей ее насыщенного пара при температуре  $T_0$ . В изобарическом процессе смесь медленно нагрели, подведя к ней количество теплоты  $Q$ . В результате температура внутри цилиндра увеличилась на  $\Delta T$ . Найдите изменение внутренней энергии содержимого цилиндра. Начальным объемом, занимаемым жидкостью, пренебречь.

По закону сохранения энергии, изменение внутренней энергии равно

$$\Delta U = Q - A,$$

где  $A$  – работа, совершенная в процессе нагрева против внешних сил, поддерживающих давление в цилиндре постоянным. Подвод тепла при постоянном давлении приводит сначала к испарению жидкости при постоянной температуре, и лишь когда вся жидкость испарится, начнется нагревание пара. (Заметим, впрочем, что для величины изменения внутренней энергии системы неважно, каким именно путем сис-

тема пришла из начального состояния в конечное.)

В процессе изобарического испарения жидкости против внешнего давления  $p$  совершается работа  $A_1 = p(V_{k_1} - V_{o_1})$ , где  $V_{k_1} = \nu RT_0/p$  – конечный объем, занятый испарившейся при постоянной температуре  $T_0$  жидкостью, а  $V_{o_1}$  – начальный объем жидкости, которым по условию можно пренебречь. Итак,  $A_1 = \nu RT_0$ . Аналогично, в процессе изобарического нагревания  $2\nu$  молей на  $\Delta T$  работа против внешнего давления равна  $A_2 = p(V_{k_2} - V_{o_2})$ , где  $V_{k_2} = 2\nu R(T_0 + \Delta T)/p$  – конечный объем пара при температуре  $T_0 + \Delta T$ , а  $V_{o_2} = 2\nu RT_0/p$  – его начальный объем. Таким образом,  $A_2 = 2\nu R \Delta T$ .

Окончательно полная работа против внешних сил составляет

$$A = A_1 + A_2 = \nu RT_0 + 2\nu R \Delta T,$$

а изменение внутренней энергии жидкости и пара равно

$$\Delta U = Q - \nu RT_0 - 2\nu R \Delta T.$$

**Задача 8.** В герметичном сосуде при  $0^\circ\text{C}$  находится  $m = 1$  г воды. При нагревании сосуда до  $100^\circ\text{C}$  вся вода испаряется, превращаясь в насыщенный пар. Какое количество теплоты было подведено к воде в этом процессе? Удельная теплота испарения воды (при  $100^\circ\text{C}$  и атмосферном давлении)  $\lambda = 2250$  Дж/г, удельная теплоемкость воды  $c = 4,2$  Дж/(г · К), молярная масса пара  $M = 18$  г/моль.

Объем сосуда не меняется, работа против внешних сил не совершается, поэтому подведенное количество теплоты определяется только изменением внутренней энергии системы и не зависит от способа перехода из начального состояния в конечное.

Нагреем сначала воду (не испаряя ее) от  $0^\circ\text{C}$  до  $100^\circ\text{C}$ , т.е. на  $\Delta t = 100^\circ\text{C}$ . Увеличение ее внутренней энергии при этом составит

$$\Delta U_1 = cm \Delta t.$$

Изменение внутренней энергии воды при превращении ее в пар найдем из первого начала термодинамики:

$$\Delta U_2 = \lambda m - A,$$

где  $A$  – работа против постоянного внешнего давления  $p = 10^5$  Па (давление насыщенного пара при  $100^\circ\text{C}$ ). Эта работа равна  $A = p(V_k - V_0)$ , где  $V_k = mRT/(Mp)$  – конечный объем пара при  $100^\circ\text{C}$ ,  $V_0$  – начальный объем воды при  $0^\circ\text{C}$ , которым можно пренебречь. Итак,

$$A = \frac{m}{M} RT, \quad \Delta U_2 = \lambda m - \frac{m}{M} RT.$$

Таким образом, к воде в указанном в задаче процессе необходимо подвести количество теплоты

$$Q = \Delta U_1 + \Delta U_2 = 2500 \text{ Дж} .$$

Из решения задачи следует, что при испарении 1 г воды при 100 °С и атмосферном давлении из 2250 Дж подведенного тепла 170 Дж, т.е. 8%, идет на работу против внешних сил, а остальные 92% тепла увеличивают внутреннюю энергию системы жидкость – пар.

В заключение рассмотрим несколько более сложную задачу.

**Задача 9.** *Водяной пар находится в теплоизолированной камере при температуре  $T = 300 \text{ К}$ . Там же находится вода, масса которой мала по сравнению с массой пара. В процессе адиабатического сжатия температура пара возрастает на  $\Delta T = 1 \text{ К}$ , а часть воды испаряется. Найдите относительное увеличение массы пара в камере. Удельная теплота испарения при  $T = 300 \text{ К}$  равна  $\lambda = 2370 \text{ кДж/кг}$ , пар можно считать идеальным газом с молярной теплоемкостью при постоянном объеме  $C_V = 3R = 25 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$ . Теплоемкостью воды пренебречь. Известно также, что малые относительные изменения температуры  $\Delta T/T$  связаны с относительными изменениями давления насыщенного пара  $\Delta p/p$  соотношением  $\Delta p/p = k\Delta T/T$ , где  $k = 17$ .*

Давление  $p$ , объем  $V$ , масса  $m$ , температура  $T$  насыщенного водяного пара с молярной массой  $M$  ( $M = 18 \text{ г/моль}$ ) связаны уравнением состояния

$$pV = \frac{m}{M} RT .$$

Малые изменения величин этих параметров связаны соответствующим равенством

$$p\Delta V + V\Delta p = \frac{m}{M} R\Delta T + \frac{\Delta m}{M} RT .$$

По закону сохранения энергии, в процессе адиабатического сжатия работа внешних сил, равная  $-p\Delta V$  (объем пара уменьшается), идет на испарение массы воды  $\Delta m$  и на увеличение энергии пара на  $mC_V\Delta T/M$  (изменение массы пара мало). Поэтому имеем

$$-p\Delta V = \lambda\Delta m + \frac{m}{M} C_V\Delta T .$$

По условию, кроме того,

$$\frac{\Delta p}{p} = k \frac{\Delta T}{T} .$$

Из всех равенств находим искомую

величину:

$$\frac{\Delta m}{m} = \frac{kR - R - C_V}{M\lambda + RT} \Delta T \approx \frac{13}{18} \frac{\Delta T}{T} \approx 0,0024 .$$

#### Упражнения

**1.** В калориметр, содержащий 2 кг льда при температуре  $-5 \text{ }^\circ\text{C}$ , добавили 200 г воды при температуре  $+5 \text{ }^\circ\text{C}$ . Сколько льда будет в калориметре после установления равновесия? Удельная теплоемкость льда  $2,1 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К)}$ , воды  $4,2 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К)}$ , удельная теплота плавления льда  $334 \text{ кДж/кг}$ .

**2.** В сосуд с азотом впрыснули жидкий азот при температуре  $-196 \text{ }^\circ\text{C}$  (температура кипения жидкого азота при атмосферном давлении), который испарился. Какое давление было в сосуде сразу после испарения жидкого азота, если к этому моменту теплообменом с окружающими сосуд телами можно пренебречь? Известно, что при прогреве до комнатной температуры в сосуде установилось давление 1,3 атм. Начальное давление в сосуде 1 атм, температура комнатная, молярная теплоемкость газообразного азота  $20,8 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$ , молярная теплота испарения жидкого азота  $5,5 \text{ кДж/моль}$ .

**3.** Подвижная перегородка делит герметичный теплопроводящий сосуд на две неравные части, в которых находится воздух при атмосферном давлении и комнатной температуре. В меньшую часть сосуда впрыскивают легко испаряющуюся жидкость, давление насыщенного пара которой при комнатной температуре равно 3,5 атм. Спустя некоторое время перегородка перестала двигаться, а вся жидкость испарилась. При этом объем части сосуда, в которой находится воздух и пары, увеличился в 2 раза по сравнению с начальным. Найдите, какую часть объема сосуда составляла вначале его меньшая часть. Объемом, занимаемым жидкостью, можно пренебречь.

**4.** В герметичный сосуд, содержащий сухой воздух при температуре  $+17 \text{ }^\circ\text{C}$ , впрыснули немного воды и стали медленно нагревать. Определите давление воздуха в сосуде до впрыскивания воды, если к тому моменту, когда испарилась вся вода, давление воздуха составило 46% от общего давления в сосуде. Начальный объем воды в сосуде составлял  $1/1200$  от общего объема сосуда. Молярная масса воды  $18 \text{ г/моль}$ , плотность  $1 \text{ г/см}^3$ .

**5.** Подвижный поршень делит объем замкнутого сосуда на две части в отношении  $4 : 1$ . В одной части находится воздух, в другой – пары воды. При медленном охлаждении сосуда поршень начинает двигаться. Какая часть пара сконденсируется к тому моменту, когда поршень будет находиться посередине сосуда? Температура в обеих частях сосуда одна и та же. Объемом,

занимаемым сконденсированной водой, пренебречь.

**6.** Пропан ( $\text{C}_3\text{H}_8$ ) массой 300 г закачан в переносной газовой баллон объемом 1 л. Давление в баллоне 10 атм, температура  $17 \text{ }^\circ\text{C}$ . Сколько пропана в газообразном состоянии содержится в баллоне, если при указанных давлении и температуре пропан превращается в жидкость с плотностью  $440 \text{ кг/м}^3$ ?

**7.** В цилиндре под поршнем находится  $\nu$  молей ненасыщенного водяного пара при температуре  $T$ . При медленном изобарическом охлаждении цилиндра половина пара сконденсировалась, а внутренняя энергия содержимого уменьшилась на  $\Delta U$ . Какое количество теплоты пришлось при этом отвести от цилиндра, если его температура уменьшилась на  $\Delta T$ ? Объемом, занимаемым водой, пренебречь.

**8.** Насыщенный водяной пар находится в теплоизолированной камере при температуре 300 К. В процессе адиабатического расширения температура в камере уменьшается на 1 К, и часть пара конденсируется. Найдите относительное уменьшение массы пара в камере. Удельная теплота испарения воды при 300 К составляет  $2370 \text{ кДж/кг}$ . Пар можно считать идеальным газом с молярной теплоемкостью при постоянном объеме  $25 \text{ кДж/(моль} \cdot \text{К)}$ . Известно также, что малые относительные изменения температуры  $\Delta T/T$  связаны с относительными изменениями давления насыщенного пара  $\Delta p/p$  соотношением  $\Delta p/p = k\Delta T/T$ , где  $k = 17$ . Теплоемкостью воды пренебречь.

**9.** Смесь воды и ее насыщенного пара находится при температуре  $90 \text{ }^\circ\text{C}$ . Если смесь нагревать в изохорическом процессе, то вся вода испаряется при увеличении температуры до  $100 \text{ }^\circ\text{C}$ . Чему равно давление насыщенного пара при  $90 \text{ }^\circ\text{C}$ , если в начальном состоянии масса воды составляет 29% от общей массы смеси? Объемом, занимаемым водой, пренебречь.