

МАГНИТНАЯ МОНОПОЛИЯ

(Маленькая монография об объекте, который, возможно, и не существует)

Дж. ВАЙЛИ

ЭТА СТАТЬЯ представляет собой некоторые результаты моих «раскопок» в области магнитных монополей. Как физик, я не чувствую, чтобы монополи были уж совсем тривиальным предметом. Но моя жена Холли, очень талантливая художница, удивляется, почему я трачу столько времени на исследования и написание статьи о невидимых малюсеньких штучках, которые могут и не существовать. Я не могу сказать, почему они скорее всего не существуют, но, возможно, я смогу немного рассказать о том, как бы они вели себя, если бы существовали. Это один из моментов, которые делают жизнь физика такой занимательной, — возможность воображать вещи, которые могли бы существовать.

Северный полюс, южный полюс

Прежде чем углубиться в проблему магнитного монополя, имеет смысл заметить, что вы знаете уже довольно много о полюсах вообще. Первыми полюсами, о которых вы узнали, были, вероятно, географические полюса Земли — северный и южный. Следующими были магнитные полюса — северный и южный. Еще в 1269 году Петрус Перергинус де Марикур, французский военный инженер, впервые заметил, что «силовые» (магнитные) линии вокруг куска магнетика кажутся выходящими из двух определенных участков. Простейшим отражением этого факта в наше время являются окрашенные концы намагниченной стрелки компаса. Обычно конец стрелки, указывающий на Север, окрашивается в красный цвет и называется северным

магнитным полюсом. Другой конец стрелки, который часто окрашивают в голубой цвет, называют южным магнитным полюсом.

Безусловно, вы знаете, что северные магнитные полюса притягиваются к южным, так что мы можем заключить, что около северного географического полюса Земли лежит южный магнитный полюс, а около южного географического полюса Земли — северный магнитный полюс. На самом деле эти два различных вида полюсов не совпадают. Южный магнитный полюс расположен немного южнее северного географического полюса, так что у меня дома в Торонто (Канада) компас показывает направление на 10° к западу от истинного Севера.

Тот факт, что географический и магнитный полюса Земли не совпадают, представляет собой интересный предмет исследования сам по себе. Оказывается, магнитные полюса Земли непрерывно блуждали и блуждают, и хорошая топографическая карта подскажет вам, насколько сильного изменения положения северного магнитного полюса можно ожидать в ближайшие годы. Более того, имеются геологические доказательства того, что магнитные полюса Земли в прошлом менялись местами, и эта перемена мест происходила почти мгновенно (разумеется, в геологическом масштабе времени).

Для любых магнитных полюсов, будь то полюса Земли, полюса стрелки компаса или полюса любого магнита, справедливо то, что они всегда встречаются в виде пары (северный — южный). Эти пары называют магнитными диполями. А вот магнитный монополюс — это изолированный северный или южный полюс, без пары. Имеются достаточно веские причины думать, что такое чудо-юдо должно существовать, и большинство дово-

дов в пользу этого как-то связаны с симметрией природы. Вы можете услышать утверждения физиков, что уравнения Максвелла, которые описывают электромагнетизм, становятся совершенно симметричными, если магнитные монополи существуют. Это само по себе неплохая причина верить в монополи, но мы также увидим, что Дирак в работе 1931 года нашел способ объяснения одной из величайших тайн физики, который опирается на существование хотя бы одного монополя где-то во Вселенной. Мы познакомимся с этим объяснением и посмотрим, как физики ищут монополи. Но для начала нам стоит повторить кое-какие основы.

Электрический и магнитный монополи

Вспомним, что сила, действующая на одиночный заряд q в электрическом поле, равна $F = qE$ (где E — величина напряженности электрического поля). Электрический диполь состоит из двух пространственно разделенных зарядов $+q$ и $-q$. Мы можем действовать строго формально и назвать каждый заряд этого диполя электрическим полюсом — положительным и отрицательным. «Сила» электрического полюса может быть определена как $q = F/E$. Такой уединенный полюс будем называть электрическим монополем.

Если бы мы проделали то же самое в магнетизме, то сказали бы, что два равных по величине, но противоположных по знаку полюса с «силой» полюсов $q' = F/B$ образуют магнитный диполь (здесь B — индукция магнитного поля). Магнитный монополюс — это существующий изолированный магнитный полюс, северный или южный, с «силой» полюса q' . Поскольку мы знаем, как исследовать проблемы, включающие элект-

Эта статья перепечатана из журнала «Quantum» (май — июль 1995 г.). С английского статью перевел А. Уланцев.

трические монополи (по-иному называемые зарядами), легко понять, как проводить соответствующие вычисления для магнитных монополей. Мы можем, например, выписать выражение для магнитного поля, которое должен был бы создавать единичный монополю. Действительно, электрическое поле, создаваемое отдельным зарядом q , — это радиальное поле, подчиняющееся закону обратных квадратов. Напряженность поля на расстоянии r от заряда равна

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2},$$

где $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Кл}^2/(\text{Н} \cdot \text{м}^2)$ — электрическая постоянная. Аналогично, индукция магнитного поля, создаваемого магнитным монополем, должна быть равна

$$B = \frac{\mu_0 q^*}{4\pi r^2},$$

где $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Н/А}^2$ — магнитная постоянная.

Вы, возможно, недоумеваете, откуда мы узнали, какова должна быть магнитная постоянная. Я выскажу без доказательства или объяснения (вы сможете узнать об этом больше в ходе вашего дальнейшего физического образования) утверждение о том, что существует любопытное соотношение

$$\sqrt{\frac{1}{\mu_0\epsilon_0}} = c,$$

связывающее электричество, магнетизм и оптику как части единой физики. На самом деле магнитная постоянная в единицах СИ определяется нашим выбором электрической постоянной и скоростью света, т.е. магнитная постоянная сама по себе не является экспериментально определяемой величиной. Вы уже знаете, например, что свет (или, в более общем случае, электромагнитное излучение) состоит из колеблющихся электрического и магнитного полей. Для наших проблем это означает, что у нас есть хорошая рабочая формула для магнитного поля, которое создавал бы магнитный монополю. Однако, как это ни печально и, может быть, удивительно, одинокий магнитный монополю никогда не был обнаружен. Но это не мешает нам поинтересоваться, каковы могли бы быть его свойства.

Свойства магнитного монополя

В 1904 году Дж. Дж. Томсон теоретически изучал движение электрона в окрестности магнитного монополя. Несомненно, он хотел понять, как он мог бы «узнать» магнитный монополю, если бы натолкнулся на него. Мы имеем большой опыт определения наличия электрических монополей (зарядов), и я напомню вам, как это делается. Мы просто выстреливаем некоторый заряд в сторону исследуемого и наблюдаем характерное отклонение первого.¹ Чтобы заметить присутствие магнитного монополя, мы также вообразим, что пробный магнитный заряд — движущийся электрический заряд — выстреливается в его сторону, но мы должны понимать, какого рода отклонения следует ожидать. Сила, испытываемая одним электрическим зарядом со стороны другого, направлена по прямой, соединяющей заряды; сила, испытываемая движущимся электрическим зарядом со стороны магнитного монополя, более сложна и потребует детального объяснения.

На рисунке 1 приведена схема вообразаемого эксперимента. Пусть

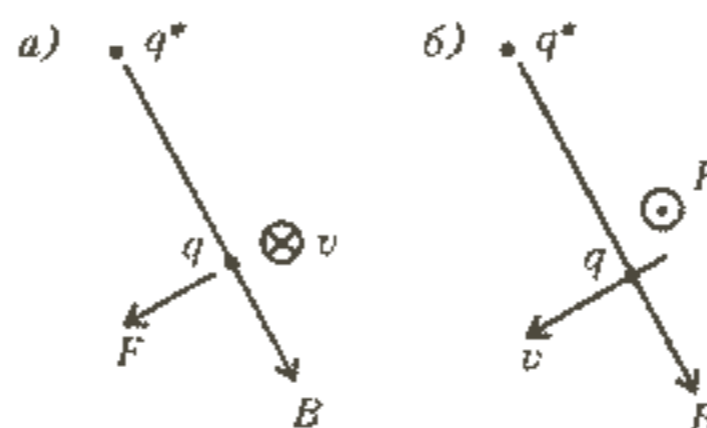


Рис. 1

пробный заряд q обладает начальной скоростью, равной v , и движется по направлению к неподвижному (закрепленному) монополю с «силой» полюса q^* . Мы можем проводить эксперименты с меняющимся прицельным расстоянием b , т.е. расстоянием между двумя прямыми, параллельными скорости заряда, причем

¹ Хотя я еще не упоминал об этом, мы можем также представлять гравитационное поле (поле тяготения) как результат действия гравитационного монополя (обычно называемого массой). Мы замечаем присутствие такого гравитационного полюса путем наблюдения движущейся пробной массы. В отличие от полюсов в электромагнетизме, отрицательных полюсов в гравитации не существует (не существует отталкивающей гравитационной силы).

одна проходит через монополю, а другая — через заряд. Все, что мы должны знать, — это выражение для силы, действующей на движущийся заряд в магнитном поле, а эта сила, разумеется, является хорошо известной силой Лоренца

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B}).$$

Одно очевидное заключение, которое мы можем вывести, состоит в том, что при прицельном расстоянии $b = 0$ скорость будет параллельна одной из линий поля и сила, действующая на заряд, не возникнет. Заряд в конце концов столкнется с монополем. Это — крайне маловероятный сценарий, поэтому мы изобразили схематически движение нашего пробного заряда для ненулевых прицельных расстояний. При этом оказывается, что наш заряд движется под ненулевым углом к магнитным линиям поля. В специальном случае, когда скорость заряда составляет прямой угол с магнитными линиями поля, заряд должен двигаться по круговой траектории. Большинство старшеклассников изучают подобные проблемы и даже учатся вычислять радиусы кругового и спирального движений.

Наша задача отличается от вышеупомянутых по двум очень важным причинам. Поле монополя не однородно — его линии расходятся. Поэтому заряд постепенно входит в области все более и более сильного поля. Мы сможем лучше понять траекторию заряда, если разобьем его движение на два этапа. Рисунок 1 выявляет две существенные характеристики движения заряда. В любой момент можно представить скорость в виде векторной суммы двух составляющих — радиальной составляющей, параллельной линиям магнитного поля, и тангенциальной составляющей, перпендикулярной линиям поля. Первоначально движение будет в основном (хотя и не совсем) радиальным, поскольку заряд движется к монополю издалека с небольшим прицельным расстоянием. На рисунке 1, а начальная небольшая тангенциальная составляющая скорости заряда показана стрелкой, направленной за рисунок. Радиальная составляющая скорости не приводит к появлению силы. Сила же, действующая на заряд вследствие тангенциальной составляющей скорости, также тангенциальная.

Первая общая характеристика движения нашего пробного заряда теперь ясна. По мере приближения к монополю движение превращается из поступательного (близкого к прямолинейному) во вращательное (вокруг узкого пучка линий поля). При этом должен иметь место переход кинетической энергии поступательного движения в кинетическую энергию вращательного движения, поскольку магнитное поле не совершает работы. Действительно, сила Лоренца, действующая на движущийся заряд, всегда перпендикулярна скорости заряда, поэтому она не может изменить величину скорости (а только направление). Заряд, который первоначально двигался по направлению к монополю, замедляет приближение к нему, приобретая одновременно вращательное движение. Так как поле растет по мере приближения заряда к монополю, этот эффект проявляется все больше и больше, пока заряд не приобретает чисто вращательное движение и не перестает приближаться к монополю. Хотя у заряда вначале была в основном радиальная скорость, в конечном итоге он будет иметь чисто тангенциальную скорость.

На рисунке 1, б мы изобразили силу, изменяющую тангенциальную составляющую скорости в магнитном поле. В данном случае сила направлена из рисунка. Таким образом, здесь проиллюстрирована вторая общая характеристика движения нашего заряда: по мере того как заряд приобретает вращательное движение вокруг одной из линий поля, отталкивание между зарядом и монополем растет, что должно привести к обратному превращению вращательного движения в поступательное, но теперь в направлении, противоположном тому, откуда он прилетел.

Объединяя все это, можно сказать, что наш заряд будет приближаться к монополю, закручиваясь все больше и больше вокруг одной из линий поля и испытывая отталкивание при этом закручивании. В некоторой точке заряд будет совершать только вращательное движение и, под действием все еще присутствующего отталкивания, начнет удаляться, двигаясь по спирали вокруг той же линии поля. В конечном итоге мы ожидаем, что заряд вернется обратно, двигаясь к нам с той же скоростью, которую мы ему первоначально придали. Это движе-

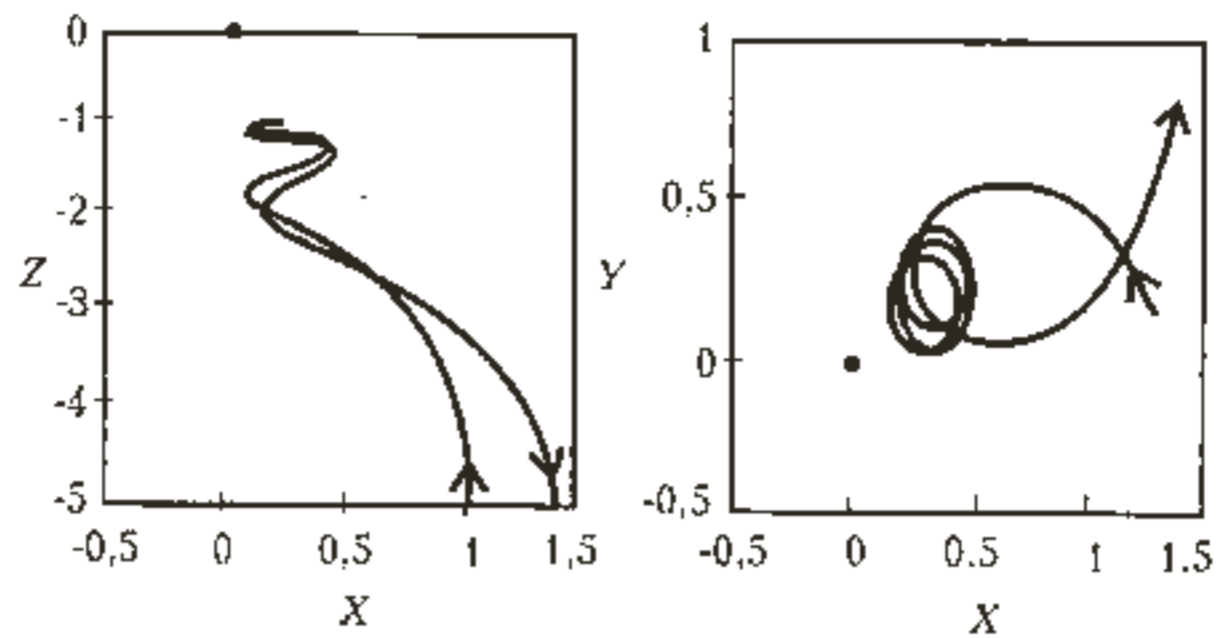


Рис.2. Компьютерные расчеты траектории электрического заряда около магнитного монополя

ние не ограничивается случаем чисто радиального поля, как только что рассмотренное поле монополя. Любое сильно расходящееся магнитное поле будет отражать движущийся заряд таким же образом.

Пространственное движение заряда изображено на рисунке 2 в виде проекции его траектории на две плоскости. Начальная скорость заряда направлена по оси Z , начальное положение заряда в точке $x = 1, y = -5$, а монополь помещен в начало координат. Переменные по осям — это безразмерные величины, используемые для описания движения заряда. Рисунок 2, а представляет вид движения заряда «сверху» в плоскости X, Z . Заметьте, как заряд изменяет свое поступательное движение на вращательное, сначала медленно и затем быстрее и быстрее по мере увеличения интенсивности поля. Рисунок 2, б показывает вид движения заряда, если смотреть от начала «силовой» линии. Заряд первоначально приходит к нам из рисунка и достигает точки, где его движение становится чисто круговым. Силы отталкивания затем посылают его назад в направлении $-Z$, опять заменяя его вращательное движение на поступательное. Спиральное движение заряда вокруг радиальной линии поля ясно видно на двух показанных проекциях.²

Проблема Томсона 1904 года состоит в том, что в простейшем варианте

² Я не могу считать полностью своей идеей построения этих компьютерных рисунков. В 1988 году я читал лекцию о монополях Канадской команде для Международной Олимпиады по физике. Один из членов команды, Дэвид Хогг, послал мне несколько аналогичных компьютерных рисунков, которые он сделал в физической компьютерной лаборатории Массачусеттского технологического института. Мне всегда приятно, когда мой бывший студент становится моим учителем.

предполагается возможность обстреливать электронами неподвижный монополь. Решение такой задачи несомненно дало бы нам некоторое понимание свойств монополя, но мы имеем значительно больше шансов встретить монополь, двигающийся зигзагообразно мимо нас, чем натолкнуться на монополь, стоящий на месте. Нам придется стать немного более изобретательными в наших идеях, чтобы обнаружить монополи, но сначала полезно осознать, что мы можем понять многое в природе, используя наши понятия физики монополей.

Магнитные монополи в природе

Заголовок этого раздела несколько обманчив, поскольку магнитные монополи не существуют (или, по крайней мере, ни один из них не был обнаружен). Тем не менее, наше изучение физики монополей позволит нам понимать природу лучше. Чтобы убедиться в этом, давайте сначала исследуем поле, созданное магнитным диполем. На рисунке 3 изображен магнитный диполь, и мы хотим вычислить величину поля на рассто-

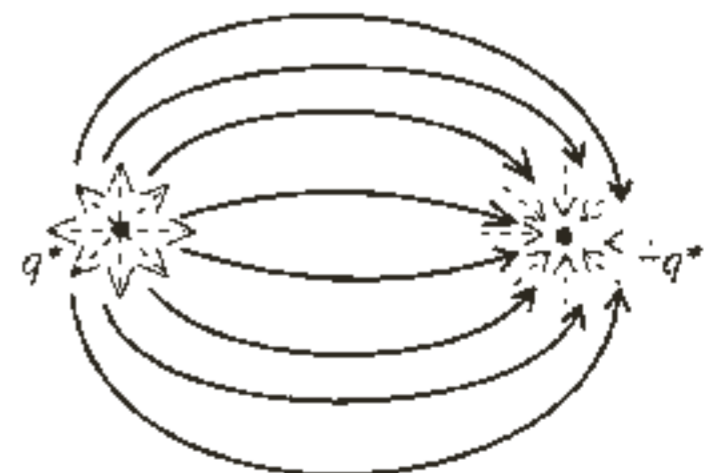


Рис.3. Магнитное поле (сплошные линии) диполя, которое является суперпозицией двух радиальных полей (пунктирные линии), окружающих каждый отдельный полюс

нии x от средней точки диполя на его оси. Классические линии поля диполя (вспомните Землю или простой стержневой магнит) изображены здесь схематически. Величина поля определяется суперпозицией полей индивидуальных монополей:

$$B(x) = \frac{\mu_0 q^*}{4\pi r_1^2} - \frac{\mu_0 q^*}{4\pi r_2^2},$$

где $r_1 = x - l/2$ и $r_2 = x + l/2$ (l — длина диполя). Вдали от диполя, для $x \gg l$, выражение упрощается и дает

$$B(x) = \frac{\mu_0 \cdot 2m}{4\pi x^3},$$

где $m = q^* l$ — магнитный момент диполя. Вы можете чуть развлечься, записывая выражение магнитного поля вдали от диполя, но на линии, перпендикулярной оси диполя. Это поле тоже обратно пропорционально кубу расстояния. Таким образом можно убедиться, что магнитное поле вдали от диполя всегда меняется как $1/x^3$.

Самое важное состоит в том, что поле магнитного диполя является суперпозицией двух радиальных полей монополей. Вычисление, проделанное выше, как раз использует этот факт. Напомним, что расстояние между полюсами диполя равно l и мы считали, что $r \gg l$. Предположим теперь, что мы исследуем поле диполя на расстоянии $r \ll l$ от одного из полюсов. В основном мы увидим только радиальное поле монополя, так что, хотя монополи не существуют в природе, поведение заряженной частицы вблизи одного из полюсов поля диполя (или, в более общем случае, любого мультипольного поля) в основном таково, как было описано в предыдущем разделе. Чтобы найти весьма впечатляющий пример этого, обратимся к так называемым радиационным поясам Ван Аллена.

В мае 1958 года американский физик Ван Аллен объявил, что существует пояс, окружающий Землю, включающий интенсивные потоки частиц высоких энергий. Его утверждение основывалось на показаниях счетчика Гейгера, который Ван Аллен поместил на ракете, запустившей первый американский спутник Земли (Эксплорер-1). Последующие исследования обнаружили два пояса: внутренний пояс в пределах двух земных радиусов от центра Земли и внешний пояс между двумя и во-

семью земными радиусами. Частицы — это в основном протоны, возникающие под действием высокоэнергетических космических лучей, проникающих в земную атмосферу. Плотность атмосферы на высотах нижних границ поясов (между 400 и 1000 км над уровнем моря) так низка, что протоны могли бы путешествовать сотни земных радиусов между столкновениями с молекулами атмосферных газов.

Протоны в нижнем поясе могут иметь энергию вплоть до $3 \cdot 10^7$ эВ, а их плотность такова, что до 20000 частиц могут пересекать площадку в 1 см^2 каждую секунду. Оценки показывают, что для достижения этих величин протон в среднем должен

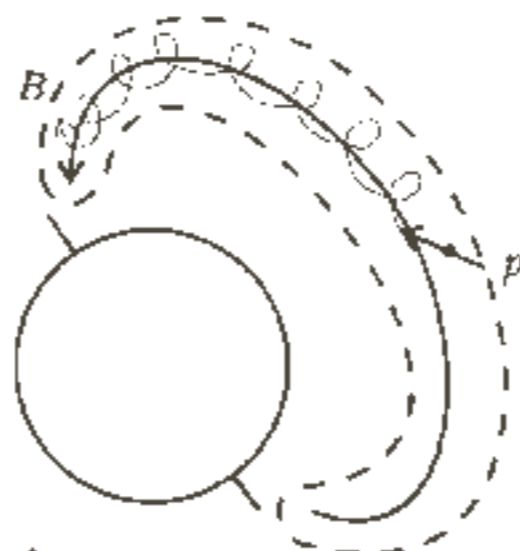


Рис. 4

был бы оставаться пойманным в поясе в течение 10 лет! Что может обеспечить такое удержание высокоэнергетических частиц?

На рисунке 4 магнитное поле Земли показано со схематически изображенным внутренним поясом Ван Аллена. Показана траектория протона с начальной скоростью, направленной под углом к оси пояса. Как и в наших предыдущих рассуждениях, протон будет двигаться по спирали вокруг линии поля по направлению к магнитному полюсу, но в конечном итоге будет отражен назад по начальной линии его движения. Отразившись от другого полюса подобным же образом, протон может быть захвачен на годы.

Сейчас наступает время вернуться к основной теме данной статьи — исследованию физики монополей. Я обещал, что мы исследуем великую тайну физики, — и вот мы начинаем.

Монополи Дирака

В 1931 году Поль Дирак использовал квантовую механику для изучения свойств монополей и нашел возмож-

ный ответ на вопрос о квантовании электрического заряда. До сего дня остается загадкой, почему электрический заряд существует только в количествах, кратных фундаментальному заряду $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл. Дирак нашел выражение для «силы» магнитного полюса, которое, казалось, указывало на тот факт, что, если хотя бы один магнитный монополь существует в природе, электрический заряд обязан быть квантованным. Дирак использовал для доказательства этого факта достаточно сложные методы квантовой механики, но мы можем избежать применения сложной математики и добраться до сути дела с помощью современного понимания сверхпроводимости.

Сверхпроводник позволяет току течь без всякого сопротивления. Многие металлы становятся сверхпроводниками ниже некоторой очень низкой температуры (часто сравнимой с температурой жидкого гелия). В последнее время специалисты проявляют большой интерес к области высокотемпературной сверхпроводимости. В этом случае удается превратить некоторые специальные соединения в сверхпроводники при высокой критической температуре — порядка 100 К. Вообразим, например, петлю, сделанную из сверхпроводящей проволоки. ЭДС, индуцированная в проволоке за сколь угодно короткий промежуток времени, вызовет стационарный ток, поскольку сопротивление, которое могло бы «подавить» индуцированный ток, отсутствует. Мы можем индуцировать этот ток, пропуская магнитный поток через петлю. Магнитный поток — это произведение магнитного поля, проходящего через петлю с током, и площади, охватываемой петлей. Закон Фарадея дает

$$\text{ЭДС} = - \frac{d\Phi}{dt},$$

где Φ — магнитный поток. Если в какой-то момент поток через петлю изменится, в петле будет индуцирована ЭДС, а значит, и ток. Отрицательный знак в законе Фарадея — это напоминание о правиле Ленца, которое утверждает, что индуцированная ЭДС будет противодействовать изменению магнитного потока, которое ее вызвало.

Вообразим также, что монополь с «силой» полюса q^* движется по направлению к нашей сверхпроводя-

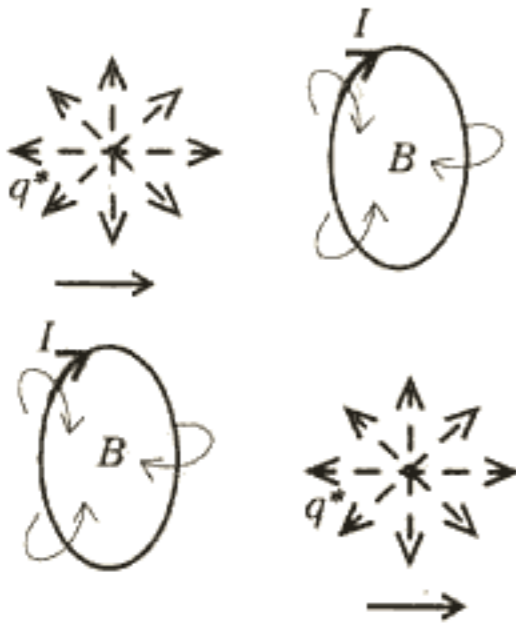


Рис. 5

щей петле (рис.5). Тогда в петле будет индуцироваться начальный ток I , создающий поле B , проходящее через петлю, которое будет, в свою очередь, противоположно полю монополя, которое вызвало индукцию. После того как монополю прошел через петлю, индуцированный ток все еще течет в том же направлении, чтобы создавать поле, которое заменит уменьшающееся поле монополя. Таким образом, когда монополю пройдет через петлю, ток будет течь только в одном направлении. Этот ток

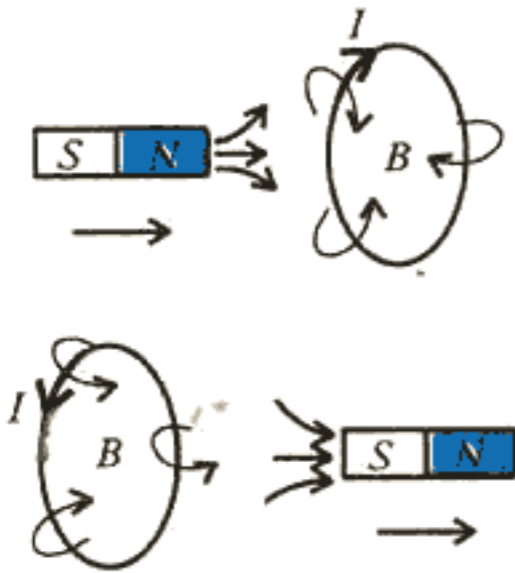


Рис. 6

весьма отличается от тока, индуцированного в петле, когда через нее проходит магнитный диполь (рис.6). В этом случае ток, индуцированный при приближении магнитного диполя к петле, будет того же направления, что для приближающегося монополя, но индуцированный ток для удаляющегося диполя будет противоположен току для приближающегося.

Ток, индуцированный в сверхпроводящей петле проходящим монополю, сохранялся бы очень долго после того, как монополю улетел. Это характерное событие позволило бы зарегистрировать прохождение магнитного монополя. С использо-

ванием этого эффекта были сконструированы многие экспериментальные установки. Одной из возникающих при этом проблем оказалось изготовление достаточно больших сверхпроводящих детекторов, которые можно заэкранировать от влияния внешних изменений магнитного поля.

14 февраля 1982 года (в день Святого Валентина) физик Блас Кабрера, работавший на экспериментальной установке в Станфордском университете, зарегистрировал сигнал от одиночного большого события-кандидата, которое дало совершенно правильную форму индуцированного тока. Кабрера использовал четырехвитковую сверхпроводящую катушку с площадью 20 см^2 . Было объявлено, что обнаруженное событие имеет неопределенность всего $\pm 5\%$. Но даже несмотря на то, что Кабрера не мог приписать событие какой-либо другой причине, кроме прохождения монополя, оно не получило общего признания в качестве доказательства существования монополей, поскольку в таком эксперименте не было зарегистрировано других значительных событий.

В 1983 году группа ученых в Беркли собрала установку, которая должна была скомбинировать сигналы от нескольких сверхпроводящих петель, каждая площадью порядка 1 м^2 . Явлений, сходных с прохождением монополя, при этом не наблюдалось. Этот метод, однако, остается многообещающим, поскольку он очень чувствителен и не зависит от массы и скорости пролетающего монополя.

Закон Фарадея требует, чтобы возникал ток, который вызывает магнитный поток, равный и противоположный полному потоку от монополя, проходящего через петлю. Поскольку весь монополю проходит через петлю, полный магнитный поток от монополя должен уравниваться полем петли. Вычислить этот полный поток легко, если мы вообразим сферическую поверхность радиусом r вокруг монополя. Поток будет тогда равен

$$\Phi = \frac{\mu_0 q^*}{4\pi r^2} 4\pi r^2 = \mu_0 q^*.$$

Придирчивый студент-физик должен возразить против такого вывода. Почему я вычисляю здесь полный поток монополя, когда в большинстве ситу-

аций только поток магнитного поля, перпендикулярного плоскости петли с током, даст вклад в эффект индукции? Разница со стандартной ситуацией здесь в том, что мы не просто изменяем величину или направление поля относительно петли с током — мы на самом деле пропускаем изолированный источник линий поля через петлю.

Чтобы увидеть, в чем причина, вообразим разделение каждой линии поля на составляющие, перпендикулярные и параллельные плоскости петли с током. Когда монополю приближается к петле, величина перпендикулярной составляющей поля увеличивается, и в петле по закону Фарадея возникает индуцированная ЭДС. Однако радиальные линии поля, параллельные поверхности, также вносят вклад в индуцированную ЭДС. Действительно, вообразим движение петли с током в системе отсчета монополя. Когда металлическая проволока проходит через радиальные линии поля, свободные носители заряда в проволоке будут испытывать действие силы Лоренца, и это вызовет протекание тока в том же направлении, в котором течет индуцированный ток, вызываемый перпендикулярными составляющими поля. И, таким образом, действительно сверхпроводящая петля должна скомпенсировать полный поток монополя.

Теперь приступим к самому любопытному. В 1961 году было экспериментально обнаружено, что поток через сверхпроводящую петлю с током квантован и может принимать только значения, кратные некоторому конечному минимальному потоку. Вспомним, что в нашей экспериментальной установке прохождение монополя оставит постоянный ток, текущий в сверхпроводящей петле. Поскольку поток через петлю зависит от этого тока, который, в свою очередь, вызывается движением носителей заряда, это означает, что носители могут находиться только в дискретных энергетических состояниях. Это должно звучать знакомо — заряд, движущийся по круговой орбите и находящийся только в дискретных энергетических состояниях. Боровская модель атома водорода дает как раз такую картину. Бор утверждал, что электрон, движущийся по круговой орбите радиусом R , должен подчиняться ус-

ловню

$$2\pi R = n\lambda = n \frac{h}{p}$$

где $\lambda = h/p$ — длина волны де Бройля электрона (здесь $p = mv$ — импульс электрона, h — постоянная Планка). В нашем случае мы можем считать, что носитель заряда — электрон — движется по круговой орбите в однородном магнитном поле B . Сила Лоренца будет вызывать центростремительное ускорение:

$$evB = m \frac{v^2}{R}$$

Комбинация этих двух результатов даст:

$$B(\pi R^2) = n \frac{h}{2e}$$

Таким образом, поток через петлю с током квантован:

$$\Phi = B(\pi R^2) = n \frac{h}{2e}$$

Квант потока (или флюксон) очень мал — порядка $2 \cdot 10^{-15}$ Тл·м². В типичной макроскопической системе это квантование не заметно, т.е. не каждый электрон, движущийся по круговой орбите, надо рассматривать квантово-механически. Однако сверхпроводники — это редкий класс материалов, у которых квантово-механическое поведение становится заметным на макроскопическом уровне. (Это должно быть темой другой статьи, а сейчас достаточно отметить, что в процессах типа сверхпроводимости и сверхтекучести — когда жидкость течет, не обнаруживая вязкости, квантовые корреляции макроскопического масштаба между одиночными электронами очень реальны и очень заметны.) В результате прохождения монополя через сверхпроводящую петлю возникает магнитный поток величиной всего в пару флюксонов. Замечательно, что современная технология может аккуратно измерить столь малый поток (и это возможно только благодаря развитию сверхпроводящих полупроводниковых устройств).

Скомбинируем наши результаты для полного потока, который должен быть уравновешен потоком петли с током из-за прохождения монополя, и условий квантования потока. Мы в

конечном счете приходим к равенству

$$\mu_0 q^2 e = n \frac{h}{2}$$

Это — знаменитое дираковское условие для магнитного заряда монополя. Здесь оно выражено в единицах СИ, которая обычно не используется для квантово-механических расчетов (вот почему оно может показаться с первого взгляда незнакомым тому, кто видел его ранее выраженным в единицах других систем). Дирак впервые вывел это условие в 1931 году, и монополи, которые оно описывает, до сих пор называются монополями Дирака. То, что оно утверждает, замечательно. Если хотя бы один монополь с каким угодно магнитным зарядом существует во Вселенной, то электрический заряд обязательно должен быть квантованным. То, почему электрический заряд квантован, на самом деле великая тайна физики. Нет причин, почему это должно быть именно так. Просто так оно есть. Существование монополя Дирака объяснило бы причину квантования заряда (а физики любят знать причины вещей).

Мы можем оценить массу монополя Дирака по результатам квантования. Энергии электрического и магнитного полей даются выражениями

$$W_e \sim E^2, \quad W_m \sim \frac{B^2}{c^2},$$

где c — скорость света, а E и B — электрическое и магнитное поля. Поскольку поля электрона и монополя пропорциональны электрическому и магнитному зарядам соответственно, мы можем оценить массу монополя Дирака так:

$$m_m = \frac{q^2}{c^2 e^2} m_e$$

Используя наше условие квантования, мы находим, что минимальная масса монополя Дирака

$$m_m \geq \frac{h^2 m_e}{4 \mu_0 c^2 e^4} \geq 4700 m_e$$

Таким образом, у монополя Дирака должна быть масса лишь немного больше двух протонных масс. Не исключено, что монополь Дирака мог бы возникнуть в современном

ускорителе, но оказалось, что это не самый эффективный путь его поиска.

Большой магнитный заряд и относительно маленькая масса монополей Дирака означают, что один из них может быть ускорен до очень больших скоростей галактическими магнитными полями и затем сильно взаимодействовать с веществом. (Монополь, влетая в вещество с большой скоростью, действует как шар для боулинга в магазине фарфора.) Тогда почему ученые не видят монополей? Может быть, их вокруг очень мало (если они вообще существуют)?

Модель расширяющейся Вселенной может предложить объяснение. Предполагается, что если «первобытные» монополи и возникли бы в достаточно больших количествах при Большом Взрыве, то быстрое раздувание Вселенной ограничило бы плотность монополей до значений, которые находятся в согласии с тем верхним пределом их плотности, который можно определить, опираясь на факт ненаблюдаемости монополей.

Наконец, дираковская теория монополя не является единственным претендентом на истину. Так, наиболее известная среди других теорий — Теория великого объединения (ТВО для краткости) также предсказывает существование монополей. Эти ТВО-монополи должны иметь свойства, весьма отличные от монополей Дирака. Наиболее существенно, что их массы могут быть даже в 10^{16} раз больше массы монополей Дирака. Эта огромная масса означала бы, что ТВО-монополь мог быть порожден только во время Большого Взрыва. Если бы это было так, было бы вполне вероятно, что имеется некоторый высший смысл в квантовании как электрического, так и магнитного зарядов. В физике тайны порождают тайны.