Задачи по математике и физике

Этот раздел ведется у нас из номера в номер с момента основания журнала. Публикуемые в нем задачи нестандартны, но для их решения не требуется знаний, выходящих за рамки школьной программы. Наиболее трудные задачи отмечаются звездочкой. После формулировки задачи мы обычно указываем, кто нам ее предложил. Разумеется, не все эти задачи публикуются впервые.

Решения задач из этого номера следует отправлять не позднее 1 июля 1998 года по адресу: 117296 Москва, Ленинский проспект, 64-А, «Квант». Решения задач из разных номеров журнала или по разным предметам (математике и физике) присылайте в разных конвертах. На конверте в графе «Кому» напишите: «Задачник «Кванта» №2 — 98» и номера задач, решения которых Вы посылаете, например «М1631» или «Ф1638». В графе «... адрес отправителя» фамилию и имя просим писать разборчиво. В письмо вложите конверт с написанным на нем Вашим адресом и необходимый набор марок (в этом конверте Вы получите результаты проверки решений).

Условия каждой оригинальной задачи, предлагаемой для публикации, присылайте в отдельном конверте в двух экземплярах вместе с Вашим решением этой задачи (на конверте пометьте: «Задачник «Кванта», новая задача по физике» или «Задачник «Кванта», новая задача по математике»).

В начале каждого письма просим указывать номер школы и класс, в котором Вы учитесь.

Задачи М1631 — М1635 предлагались на осеннем туре Турнира городов.

Задачи М1631 — М1635, Ф1638 — Ф1642

М1631. Верны ли теоремы:

а) Если многоугольник можно разбить ломаной на два равных многоугольника, то его можно разбить отрезком на два равных многоугольника.

б) Если выпуклый многоугольник можно разбить ломаной на два равных многоугольника, то его можно разбить отрезком на два равных многоугольника.

в) Если выпуклый многоугольник можно разбить ломаной на два многоугольника, один из которых переводится в другой с помощью движений, сохраняющих ориентацию (т.е. с помощью поворота и параллельного переноса), то его можно разбить отрезком на два многоугольника, один из которых переводится в другой с помощью движений, сохраняющих ориентацию.

С.Маркелов

М1632. Раскрашенный в черный и белый цвета кубик с гранью в одну клетку поставили на одну из клеток шахматной доски и прокатили по ней так, что кубик побывал на каждой клетке ровно по разу. Можно ли так раскрасить кубик и так прокатить его по доске, чтобы каждый раз цвета клетки и соприкоснувшейся с ней грани совпадали?

М1633. В треугольнике ABC отрезки CM и BN — медианы, P и Q — точки соответственно на AB и AC такие, что биссектриса угла C треугольника одновременно является биссектрисой угла MCP, а биссектриса угла B — биссектрисой угла NBQ. Можно ли утверждать, что треугольник ABC равнобедренный, если

а) $BP = CQ$;

б) $AP = AQ$;

в) $PQ \parallel BC$?

В.Сендеров

М1634. а) На стол положили (с перекрытиями) несколько одинаковых салфеток, имеющих форму правильного 6-угольника, причем у всех салфеток одна сторона параллельна одной и той же прямой. Всегда ли можно вбить в стол несколько гвоздей так, что все салфетки будут прибиты, причем каждая — только одним гвоздем?

б) Тот же вопрос про правильные 5-угольники.

А.Канель

М1635*. Каждая сторона правильного треугольника разбита на n равных отрезков, и через все точки деления проведены прямые, параллельные сторонам. Данный треугольник разбился на n^2 маленьких треугольников-клеток. Треугольники, расположенные между двумя соседними параллельными прямыми, образуют полоску.

а) Какое наибольшее число клеток можно отметить, чтобы никакие две отмеченные клетки не принадлежали одной полоске ни по одному из трех направлений, если $n = 10$?

б) Тот же вопрос для $n = 9$.

А.Шаповалов

Ф1638. Маленький упругий шарик подпрыгивает, ударяясь о горизонтальную подставку, при этом высота подскоков равна H. Подставку очень медленно сдвигают параллельно самой себе на h вниз и останавливают. Найдите новую высоту, на которую шарик будет подпрыгивать относительно подставки после ее остановки.

А.Зильберман

Ф1639. Горизонтально расположенный цилиндрический сосуд с массивным поршнем находится в вакууме (рис.1). Пружина жесткостью k, закрепленная с одной

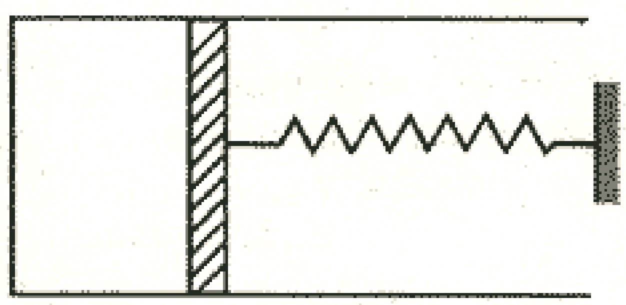

Рис. 1

стороны, упирается в поршень. В начальном положении газа под поршнем нет, пружина не деформирована. Через дырку в дне сосуда в него впускают некоторое количество гелия и закрывают дырку. После установления равновесия пружина оказалась деформированной на L. Затем газ очень медленно нагревают, пока поршень не сдвигается еще на L. Какое количество теплоты получил газ при этом? Теплоемкостью стенок и поршня пренебречь.

М.Учителев

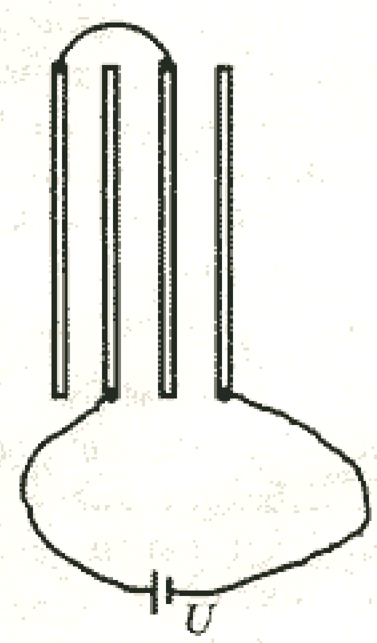

Рис. 2

Ф1640. Четыре одинаковые тонкие проводящие пластинки площадью S каждая расположены параллельно и очень близко друг к другу; расстояние между соседними пластинками равно d (рис.2). Первую и третью пластинки соединили проводником, а между второй и четвертой включили батарейку напряжением U. Какие силы действуют на каждую из пластинок?

А.Повторов

Ф1641. Три длинных куска провода сложили вместе и получившимся «тройным» проводом намотали на ци-

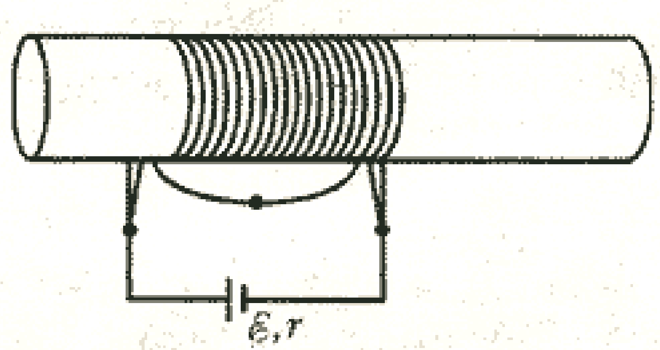

Рис. 3

линдрический немагнитный сердечник катушку, состоящую из большого количества витков (рис.3). Две из получившихся трех катушек соединили последовательно и к концам образовавшейся двойной катушки параллельно подключили выводы третьей катушки. Систему охладили до температуры, при которой катушки стали сверхпроводящими, и к выводам системы подключили батарейку с ЭДС $\mathcal{E}$ и внутренним сопротивлением r. Какие токи будут течь через катушки после того, как эти токи практически перестанут изменяться?

З.Рафаилов

Ф1642. В сеть переменного напряжения (220 В, 50 Гц) включили последовательно конденсатор некоторой емкости и катушку индуктивностью 1 Гн. Параллельно конденсатору подключили вольтметр с очень большим сопротивлением. При какой емкости конденсатора вольтметр покажет напряжение 220 В? Какую емкость конденсатора ни в коем случае использовать нельзя?

Р.Александров