11. Найдите меньший корень уравнения $|x+2| = 2 - x/2$.

12. Найдите произведение целых чисел, являющихся решением неравенства $2/(2x-1) > 1/(x-3)$.

13. Сумма 3-го и 15-го членов арифметической прогрессии равна 14. Найдите ее 9-й член.

14. Найдите абсциссу точки пересечения касательной в точке (2; 9) к графику функции $y = x^3 - 3x + 7$ с осью Ox.

15. Решите неравенство

$$\log_2^2(2x+1) \le 1.$$

16. Решите неравенство $9^{\sqrt{x}} < 3^{\sqrt{x+1}}$.

17. Пусть высота параллелограмма $ABCD$, опущенная из вершины D на сторону AB, имеет длину 5 и разбивает AB на части длинами 3 и 6. Найдите длину большей диагонали параллелограмма.

18. Решите уравнение

$$\cos x = 1 + \operatorname{tg}\frac{x}{2}.$$

В ответе укажите те x, которые удовлетворяют двойному неравенству $-\pi < x < \pi$.

19. При каких a уравнение

$$\sqrt{x+1-2a} + \sqrt{x+4a+4} = 3$$

имеет хотя бы одно решение?

20. Решите неравенство

$$\frac{1}{x+1} \le \sqrt{1-x}.$$

Вариант 4

(факультет технической кибернетики)

1. Упростите выражение

$$\frac{a^{-1}-1}{a^{-1/2}} : \left(\frac{\sqrt{a}}{a-1}\right)^{-1}.$$

2. Упростите выражение

$$\frac{\sin\alpha - \cos\alpha}{1 - \operatorname{ctg}\alpha}.$$

3. Найдите наименьшее целое положительное число, при делении на 5 дающее в остатке 3, а при делении на 7 дающее в остатке 4.

4. В арифметической прогрессии 5-й член a_5 больше 3-го a_3 в 3 раза, а их разность $a_5 - a_3 = 8$. Найдите a_1.

5. Представьте число $12/11$ в виде периодической десятичной дроби.

6. Определите знак выражения

$$A = \sin 142° + \cos 140°.$$

7. Найдите меньший корень уравнения $|2|x| - 1| = 3$.

8. Найдите расстояние между точками $A(-1;\ 2)$ и $B(2;\ -2)$.

9. Решите уравнение $\log_x 3 = -2$.

10. При каком x функция $y = x^2(x+3)$ имеет локальный максимум?

11. Вычислите $2\cos(\pi/2 + 2\alpha)$, если $\sin\alpha - \cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

12. Решите уравнение

$$\arcsin(-x)^2 + \arccos x = \frac{\pi}{2}.$$

13. Найдите наибольшее целочисленное решение неравенства $x < \frac{2}{x+1}$.

14. Решите неравенство

$$2|\log_2 x| - \log_2 x < 1.$$

15. Решите уравнение

$$2\sin^2 \pi\sqrt{x} = 1.$$

16. Решите неравенство

$$\sqrt{5+2x} < 3.$$

17. Решите уравнение $\operatorname{ctg} 3x = \operatorname{tg} x$.

18. Найдите множество значений, принимаемых функцией

$$y = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}.$$

19. В треугольнике длины двух сторон равны 6 и 8, а радиус описанной окружности равен 5. Найдите длину третьей стороны треугольника.

20. В шар вписан конус, объем которого в 4 раза меньше объема шара. Чему равно отношение высоты конуса к радиусу шара?

Публикацию подготовили Е.Подсыпанин, С.Преображенский, Ю.Хватов

КОНКУРС В СЕТИ ИНТЕРНЕТ

В 1997 году журнал «Квант» совместно с Московским детским клубом «Компьютер» провели заочный конкурс по математике в электронной сети Интернет MATNET-97. Условия задач были размещены на одной из WEB-страничек сетевого сервера МГУ. Участники конкурса присылали свои решения по электронному адресу

VZMSh.Econ@econ.msu.su

в виде TXT или DOC файлов. В конкурсе приняли участие 38 школьников из России, Украины, Белоруссии и Казахстана. Победителем конкурса стал учащийся 10 класса Технического лицея г.Пскова Виктор Андреев. Жюри конкурса отмечает также хорошие работы Антона Мордасова (школа №3 г.Заречного), и Наталии Шелеповой (электронный адрес: natali@sch101.alien.ru). Эти школьники награждаются памятными дипломами.

Задачи конкурса MATNET-97

1. Генератор чисел, сконструированный профессором Синусом-Минусом, обладает следующим свойством: если на его вход подать число C, то на выходе получается два числа x_1 и x_2, которые являются корнями уравнения $x^2 - 4x + 4 - C = 0$. Профессор Синус-Минус утверждает, что, имея вначале число 1 и пользуясь своим генератором, он может получить 1997 попарно различных чисел, произведение которых равно 1. Верно ли это?

А.Жуков

2. Докажите, что число $1997^{19960000} - 1$ кратно числу $(1997^{2000} - 1) \cdot 1996$.

А.Жуков

3. Кузнечики Петя и Вася соревнуются на беговой дорожке в виде ленты Мёбиуса, обустроенной следующим образом: длинная гибкая полоска расчерчивается с двух сторон на сантиметровые деления так, как показано на рисунке, после чего лента перекручивается, участки 0 и 1997 накладываются друг на друга и склеиваются. Кузнечики стартуют одновременно с пункта 1 в сторону увеличения нумерации, причем кузнечик Петя прыгает на 100 см вперед, а кузнечик Вася – на 150 см. Кто из них первым окажется в пункте с номером 1?

1-я сторона

0	1	2	. . .	1996	1997

1997	1996	1995	. . .	1	0

2-я сторона

А.Жуков

4. Как уложить 16 квадратов со сторонами 1, 2, ..., 16 без пересечений внутри квадрата со стороной 39?

А.Савин

5. В равностороннем треугольнике расположены 9 попарно непересекающихся кругов радиуса 1. Докажите, что в этом треугольнике можно расположить 10 кругов радиуса 1 так, чтобы они попарно не пересекались.

В.Произволов