ния $\varepsilon$ в мозаике Конвея найдется плитка $\Delta_\varepsilon$, которая «параллельна» треугольнику $\Delta$ с точностью до $\varepsilon$, т.е. углы между соответствующими сторонами треугольников $\Delta$ и $\Delta_\varepsilon$ меньше $\varepsilon$. Другими словами, ориентации плиток в мозаике Конвея распределены всюду плотно во множестве всех возможных ориентаций вообще.

Несколько позже Конвей ( совместно с другим математиком Чарльзом Радином) предложил вариант пространственной мозаики, состоящей из равных призм, чьи ориентации распределены «всюду плотно» среди всех возможных ориентаций в пространстве. Ориентацию многогранника в пространстве можно определить при помощи *тройки*, скажем взаимно перпендикулярных, векторов, жестко связанных с перемещаемым многогранником. «Всюду плотность» ориентаций ячеек означает, что для любого положения многогранника $P$ в пространстве и любого заданного наперед сколь угодно маленького $\varepsilon > 0$ найдется такая ячейка $P_\varepsilon$ мозаики, что векторы ее тройки составляют с соответствующими векторами из тройки многогранника $P$ углы меньше $\varepsilon$.

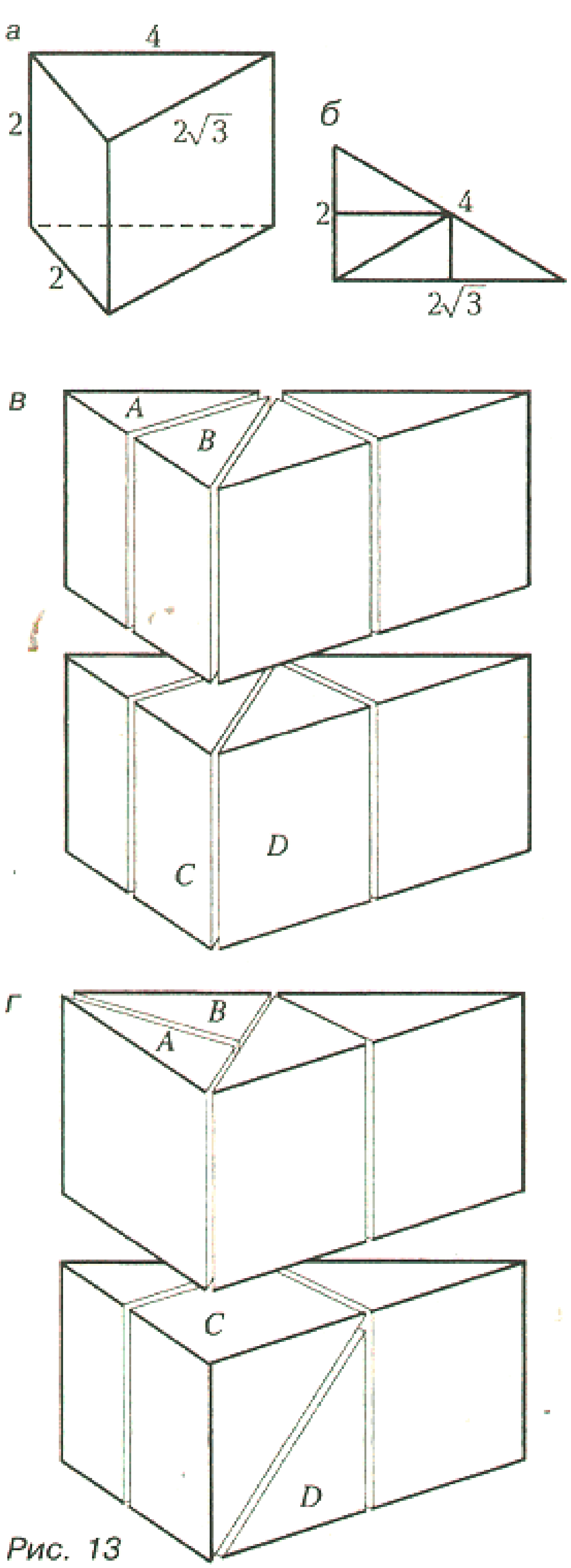

*Рис. 13*

В качестве исходного объекта берется прямая призма (рис.13, *а*) высотой 2, в основании которой лежит прямоугольный треугольник с катетами 2 и $2\sqrt{3}$ и гипотенузой 4. Этот треугольник разбивается на четыре ему подобных, как указано на рисунке 13, *б*. Поэтому исходная призма (рис. 13, *а*) может быть разбита на **восемь** ей подобных призм (рис.13, *в*). Теперь две призмы $A$ и $B$ на верхнем этаже, взятые вместе, составляют **правильную** треугольную призму. Поэтому эту пару как единое целое можно повернуть на 120° и затем водворить ее на прежнее место (рис.13, *г*). Далее, призмы $C$ и $D$ (рис.13, *в*) на нижнем этаже составляют прямоугольный параллелепипед с квадратной гранью $1 \times 1$. Поэтому повернем эту пару на 90° и разместим ее на том же месте (рис.13, *г*).

В итоге мы получили конструкцию Конвея – Радина. Заметим, что в этой конструкции идентичны призмы, повернутые друг относительно друга на 120° и на 90° вокруг взаимно перпендикулярных осей. Самоподобная мозаика из призм Конвея – Радина, которая строится при помощи процесса инфляции-дефляции, наряду с каждой призмой $P$ будет содержать призмы, повернутые относительно $P$ при помощи всевозможных комбинаций вида

$$g_1^{m_1} \cdot g_2^{m_2} \cdot g_1^{m_3} \cdot g_2^{m_4} \ldots g_1^{m_n} \cdot g_2^{m_{n+1}},$$

где $g_1$ и $g_2$ – повороты на 120° и 90° вокруг взаимно перпендикулярных осей.

За ориентирующую тройку векторов можно взять три взаимно перпендикулярно направленных ребра призмы, исходящих из вершины прямого угла основания призмы. Сравнительно нетрудно показать, что в силу перпендикулярности осей поворотов $g_1$ и $g_2$ множество различных ориентаций должно быть бесконечным. Установить всюду плотность всевозможных ориентаций призм в мозаике Конвея – Радина – задача потруднее. Ее решение требует знания теории групп.

## Игра «Хаос» и самоподобные мозаики

Неожиданный и простой способ получения самоподобных мозаик на компьютере дает так называемая игра «Хаос». Она имеет много вариантов, один из них был подробно исследован в статье «Игра «Хаос» и фракталы».

Мы напомним правила игры. В качестве исходного набора преобразований подобия возьмем те, которые переводят треугольник Конвея в пять составляющих его треугольничков. Обозначим их через $h_1$, $h_2$, $h_3$, $h_4$ и $h_5$ (см. рис. 12, *б*). Пусть датчик случайных чисел выдает числа 1, 2, 3, 4 или 5. Отметим на плоскости *произвольную* начальную точку $x_0$.

*Шаг 1-й*. Предположим, датчик выдал число 2. Пусть $x_1 = h_1(x_0)$.

*Шаг 2-й*. Предположим, что на датчике выпало число 1. Обозначим через $x_2$ точку $x_2 = h_1(x_1)$.

*Шаг n-й*. Пусть уже имеется точка $x_{n-1}$ и на $n$-й раз выпадает число $\alpha_n$, где $\alpha_n = 1, 2, 3, 4$ или 5. Тогда, по определению нашей последовательности, $x_n = h_{\alpha_n}(x_{n-1})$.

Действуя таким образом, мы получаем последовательность точек

$$X = \{x_0, x_1, \ldots, x_n, \ldots\}.$$

Не вдаваясь здесь в причины (читатель может найти их в упомянутой ранее статье), заметим, что результатом выведения на дисплей, скажем, первых двух-трех тысяч точек будет

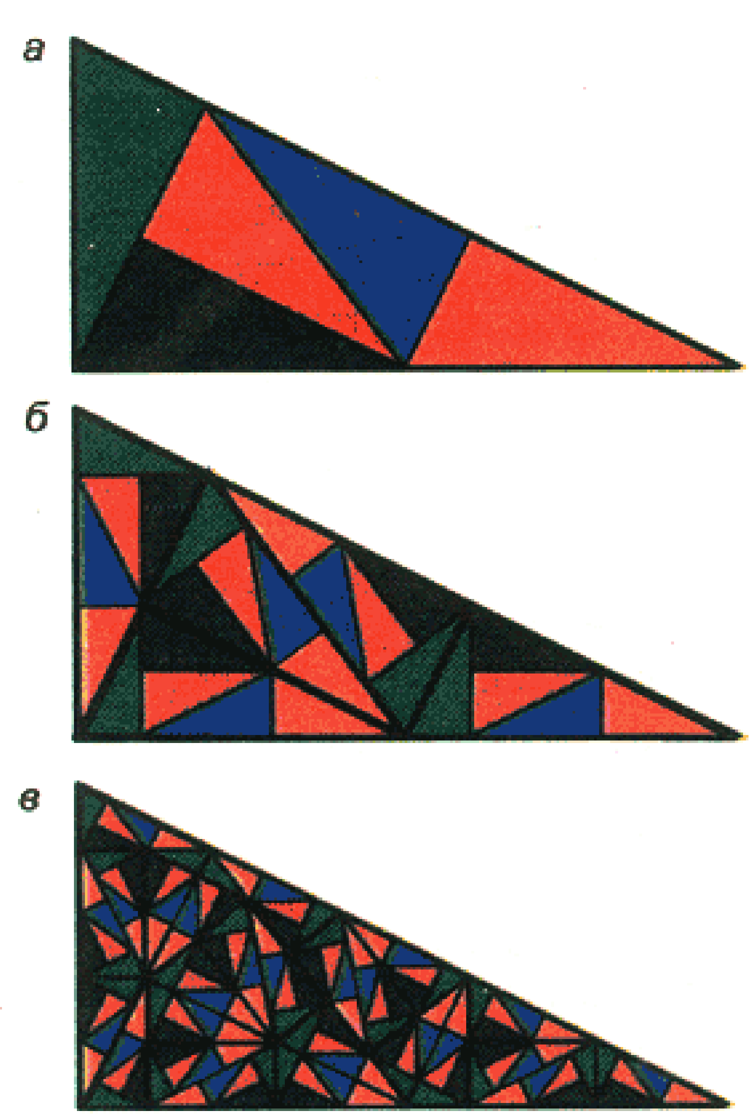

*Рис. 14*