Гидродинамические парадоксы

С.БЕТЯЕВ

> Обстоятельства, с которыми мы сталкиваемся, кажутся на первый взгляд совершенно парадоксальными с чисто математической точки зрения и предусмотреть их можно только из физических соображений.
>
> *Ж.Адамар*

ПАРАДОКСОМ называют неожиданное суждение, резко противоречащее общепринятому. Практическое значение парадоксов — двигателей прогресса — состоит в том, что они заставляют по-новому посмотреть на основы старой теории и построить другую, более совершенную теорию, а зачастую и новую науку. Специальная теория относительности — это разрешение парадокса о конечности скорости передачи информации, квантовая механика — разрешение парадокса о прерывистости сигнала в микромире. Парадоксы «породили» физику элементарных частиц и современную космологию, стимулировали развитие современной математики.

Самые фундаментальные парадоксы, стоящие на развилке наук, формулируют и разрешают гении. Это подметил еще А.С.Пушкин:

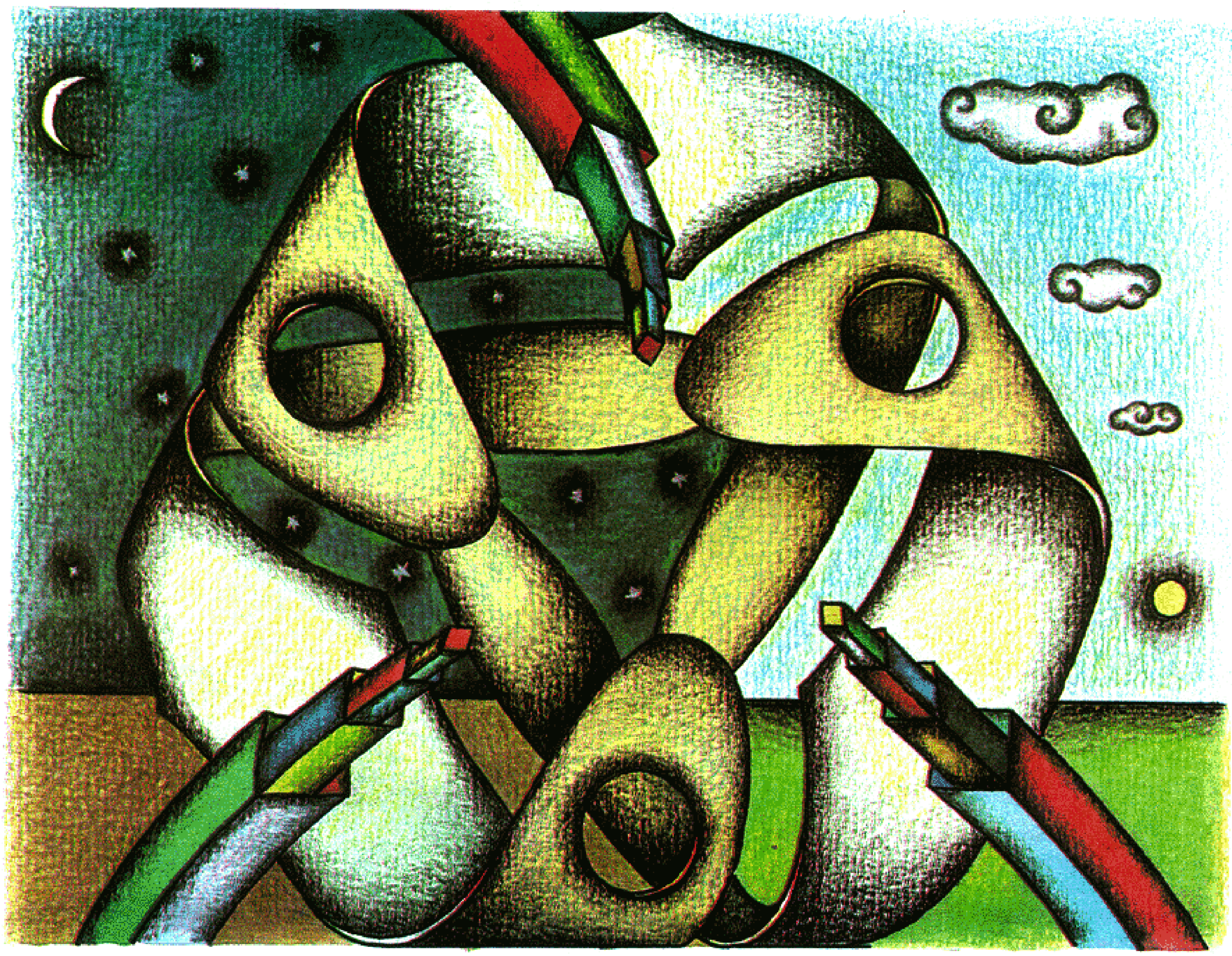

Иллюстрация М.Константиновой

«О, сколько нам открытий чудных
Готовят просвещенья дух
И опыт, сын ошибок трудных,
И гений, парадоксов друг,
И случай, бог изобретатель.»

В науке различают опытное суждение, установленное с помощью эксперимента, и теоретическое суждение, основанное на математическом моделировании явления. Поэтому можно говорить о трех типах научных парадоксов.

Первый из них — противоречие между общепринятым теоретическим суждением и вновь полученным теоретическим суждением. Такой самый простой тип парадокса («теория—теория») возникает в результате улучшения математической модели или усовершенствования метода расчета.

Второй тип парадокса — противоречие между общепринятым опытным суждением и вновь полученным опытным суждением («опыт–опыт») — заслуживает более подробного рассмотрения, чем мы и займемся, отложив на время в сторону определение и анализ парадоксов третьего типа.

Парадоксы симметрии

Всегда ли симметрия причин приводит к симметрии следствия? В микромире — не всегда (об этом можно прочитать, например, в книге Р.Фейнмана «Характер физических законов» — Библиотечка «Квант», вып.62). И в гидродинамике тоже не всегда. Картина обтекания симметричного тела, помещенного в симметричный поток, зачастую оказывается несимметричной. В этом заключена сущность парадокса симметрии.

На рисунке 1 показано симметричное обтекание кругового цилиндра потоком воды. Траектории частиц жидкости сделаны видимыми (визуализированными) с помощью алюминиевого порошка; вода движется слева направо. Верхняя и нижняя половинки симметричны — одна из них является зеркальным отражением другой. Более того, почти симметрично обтекание передней и задней частей цилиндра. Рисунок 2 иллюстрирует обтекание того же цилиндра в других условиях. Симметрия «верх–низ» сохранена, но симметрия левой и правой частей нарушена — за цилиндром образовались две замкнутые зоны с противоположно направленными вращениями частиц жидкости. Наконец, на рисунке 3 представлена картина обтекания цилиндра в условиях, когда нарушена симметрия обоих типов. Обтекание нестационарно, изменяется с течением времени (визуализация осуществлялась с помощью воздушных пузырьков в воде).

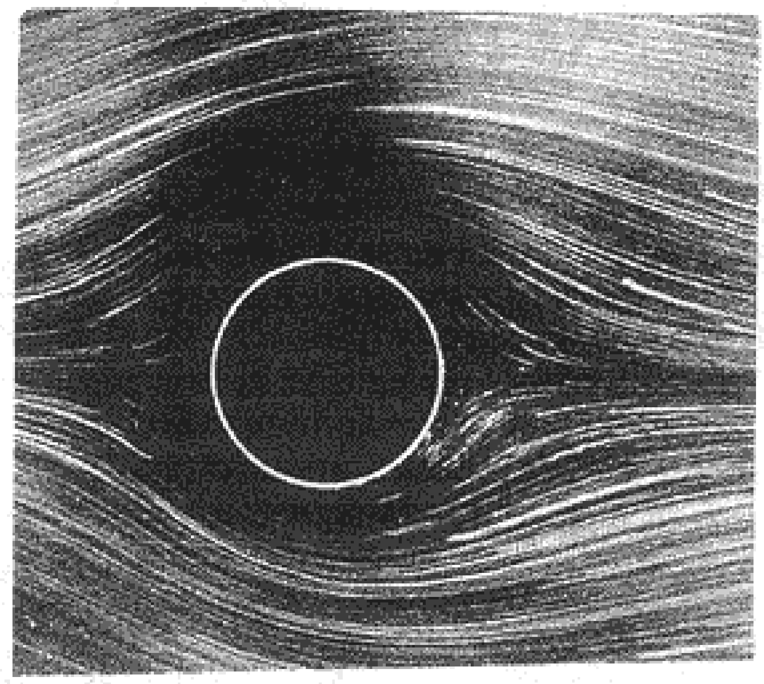

Рис. 1

Почему течение теряет симметрию? Исчерпывающе ответить на этот вопрос в настоящее время нельзя. Поэтому подменим его другим, более простым. Например, чем отличаются условия обтекания цилиндров в трех рассмотренных случаях? Оказывается — разным отношением действующих на частицу сил: силы лобового сопротивления и вязкой силы. Это отношение характеризуется так называемым числом Рейнольдса Re (безразмерным параметром). При малых числах Re силы вязкости значительны, тело движется, как дробинка в меде (рисунку 1 соответствует $Re = 1{,}5$, рисунку 2 — $Re = 26$). При больших числах Re силы вязкости малы, поток становится неустойчивым и даже хаотическим (рисунку 3 соответствует $Re = 2000$).

Смена симметрий, их внезапное разрушение — фундаментальный закон современной гидродинамики. В реальных условиях абсолютная симметрия невозможна, в потоке всегда есть асимметрия. Поэтому если считать, что симметричные причины влекут за собой симметричные последствия, то почти симметричные причины могут приводить к совсем несимметричным последствиям. В этом заключается одно из объяснений парадокса симметрии.

Парадокс Эйфеля

Другой парадокс, близкий в физическом отношении к парадоксам симметрии, обнаружил в 1912 году знаменитый французский инженер-строитель А.Эйфель (1832–1923). На склоне лет заинтересовавшись гидродинамикой в связи с вопросом о воз-

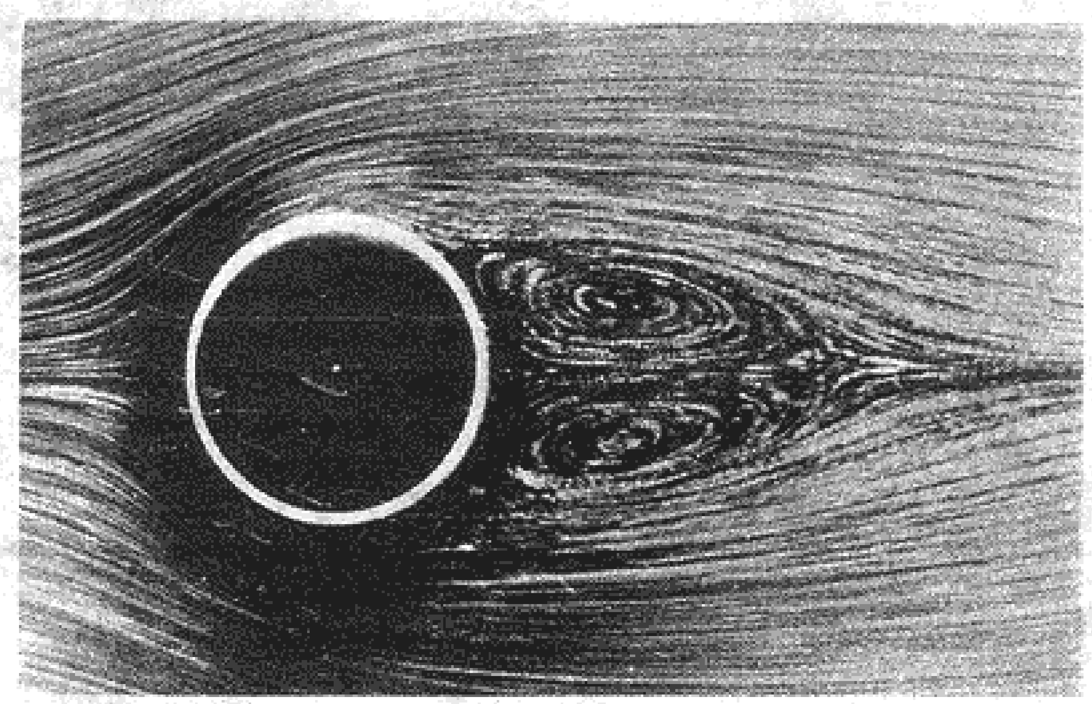

Рис. 2

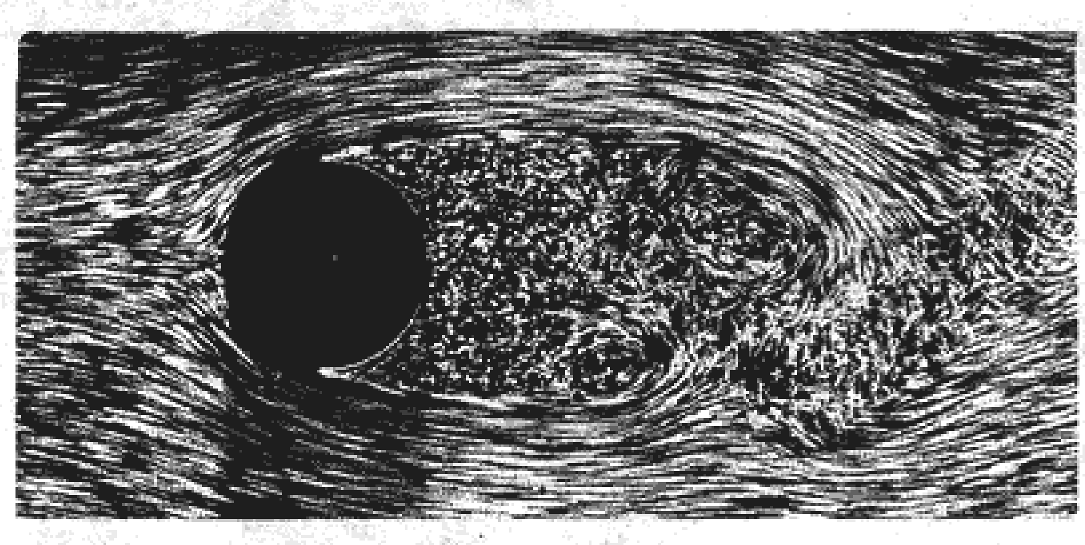

Рис. 3

действии ветровых нагрузок на строительные конструкции, Эйфель построил в Париже аэродинамическую трубу. «Продувая» в ней сферы, он обнаружил парадокс, названный впоследствии его именем: вблизи «критического» числа Рейнольдса $Re \simeq 150000$ сила сопротивления сферы резко (в 4 – 5 раз) уменьшается с увеличением скорости. Этот факт противоречит нашему физическому опыту.

Представим аэродинамическую силу лобового сопротивления в виде

$$F = C_x(Re)\frac{\rho u_\infty^2}{2}\frac{\pi l^2}{4}.$$

Пропорциональность $F \sim \rho u_\infty^2 l^2$, где ρ — плотность, u_∞ — скорость невозмущенного набегающего потока, а l — характерный размер тела, легко получить из соображений размерностей (проверьте!). А коэффициенты $1/2$, $\pi/4$, C_x записаны для удобства. Безразмерный *коэффициент сопротивления* C_x можно определить из экспериментов. Он обычно убывает с ростом числа Re, т.е. с уменьшением сил вязкого трения.

Парадокс Эйфеля обнаружен не только при обтекании сферы, но и при обтекании других тел. На рисунке 4 представлена полученная экспериментально зависимость $C_x(Re)$

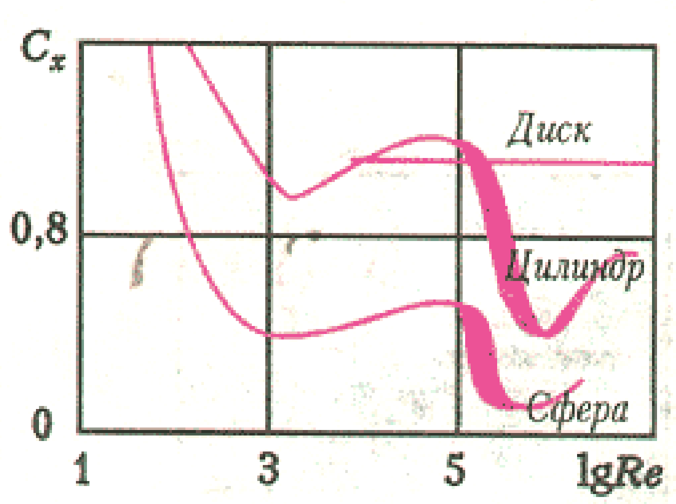

Рис. 4

для сферы, кругового цилиндра и диска, при этом тела имеют один и тот же диаметр l. На участке резкого изменения C_x для сферы и цилиндра наблюдается разброс экспериментальных данных, показанный на рисунке «дорожкой». Коэффициент сопротивления диска практически постоянен — для тел с острыми кромками парадокс Эйфеля не справедлив. Объяснение парадокса заключается в том, что вблизи критического значения числа Рейнольдса происходит переход от плавного, стационарного течения, называемого ламинарным, к нестационарному, хаотическому движению, называемому турбулентным. Малое изменение Re приводит к большой перестройке течения.

Такая ситуация, когда малое изменение какого-либо параметра приводит к коренному изменению течения, типична для гидродинамики. Именно она объясняет многочисленные парадоксы расходимости опытных данных — проведенные при, казалось бы, одних и тех же условиях измерения оказываются совершенно различными. Поэтому при моделировании обтекания тел в аэрогидродинамических трубах следует учитывать влияние стенок трубы, поддерживающих модель устройств, неоднородностей в набегающем потоке, физико-химических свойств поверхности модели (шероховатость, смачиваемость, теплопроводность). Сделать это чрезвычайно трудно, если не сказать — невозможно.

Парадокс Дюбуа

Одним из основателей экспериментальной гидродинамики был французский военный инженер П.Дюбуа (1734 – 1809). В предисловии к своему классическому трехтомному труду «Принципы гидравлики» он писал: «Мы рассматриваем сопротивление воды и воздуха совершенно новым способом, не пользуясь вовсе прежней теорией, которая оказалась столько раз противоречащей опыту, и стараясь отыскать в опытах, до нас не имевшихся, новые точки зрения на предмет».

Исследования Дюбуа показали, что сила сопротивления, действующая со стороны потока на *покоящееся* в трубе тело, в определенном диапазоне чисел Re меньше, чем сила сопротивления, действующая на *движущееся* с той же скоростью тело в покоящейся воде. В соответствии с принципом относительности, результат не должен зависеть от того, движется ли тело в покоящейся жидкости или жидкость обтекает покоящееся тело. Как же объяснить парадокс Дюбуа?

Конечно, влиянием тех факторов, о которых уже упоминалось. Поток в опытном бассейне или в аэродинамической трубе более неравномерен, чем в «спокойном» море или атмосфере, поэтому переход к турбулентному режиму здесь наступает раньше, т.е. при докритических значениях Re, след за телом сужается, сопротивление падает. Парадокс Дюбуа не утратил своей актуальности и в наше время. Различие между результатами трубного эксперимента и натурного, проводимого в условиях реального полета, остается для гидродинамиков проблемой номер один.

Путь к истине слишком сложен — об этом предупреждают нас философы. Может быть, с излишней долей пессимизма, но вот что говорил свыше трех столетий назад выдающийся французский физик и философ Б.Паскаль (1623 – 1662): «Истина — слишком тонкая материя, а наши инструменты слишком тупы, чтобы ими можно было прикоснуться к истине, не повредив ее. Достигнув истины, они сминают ее и отклоняются в сторону, скорее ложную, нежели истинную».

Если вы видели когда-нибудь вертолет на стоянке, то должны были заметить, как низко, почти на метр, свисают его лопасти. Лишь в полете они распрямляются. Точно так же крыло самолета под действием аэродинамических сил изменяет в полете свою форму. Изменяет незначительно, а результаты скрупулезных (и дорогих!) экспериментальных исследований оказываются совсем неверными. Таким образом, для объяснения несоответствия между результатами трубного и натурного экспериментов приходится учитывать, кроме всего прочего, упругие свойства конструкций, подверженных действию гидродинамических сил.

Парадокс Эйлера—Даламбера

Подошло время сказать о парадоксах третьего типа. Кроме парадоксов типа «теория–теория» и «опыт–опыт», существуют еще парадоксы типа «теория–опыт» (или «опыт–теория»). Для них характерно резкое противоречие между теоретическими результатами и тем, что мы называем опытом, интуицией или просто «здравым смыслом».

Самый известный из парадоксов типа «теория-опыт» — это парадокс Эйлера – Даламбера. В 1742 году петербургский академик Л.Эйлер рассчитал сопротивление цилиндра, движущегося в жидкости, лишенной трения, и получил удивительный результат — сила сопротивления оказалась равной нулю! Спустя семь лет выдающийся французский механик Ж.Даламбер с помощью некоторых ухищрений рассчитал обтекание произвольного тела конечного объема и получил все тот же ошеломляющий результат — нулевое сопротивление.

Такой вывод резко отличался от «здравого смысла». Даламбер, как и каждый из нас, из личного опыта знал, что для поддержания движения к телу необходимо приложить силу тяги, преодолевающую силу сопротивления (именно поэтому летательные аппараты, корабли и подводные лодки снабжены двигателями). Даламбер не смог объяснить полученный результат и с горечью заметил, что нулевое сопротивление — «единственный парадокс, разрешение которого я оставляю геометрам будущих времен».

Прямо скажем: геометрам (гидродинамикам и математикам) достался в наследство крепкий орешек. Прежде чем его раскалывать, выясним геометрический смысл парадокса. Течение, исследованное Эйлером и Даламбером, симметрично, т.е. правая половина течения совпадает с левой (аналогично рисунку 1). Следовательно, совпадающая с направлением невозмущенного потока составляющая импульса (количества движения) струйки, обтекающей тело, постоянна: в некотором сечении слева вдали от тела она такая же, как в некотором сечении справа вдали от тела. В соответствии с законом сохранения импульса, на струйку, как и на помещенное в нее тело, не действует сила сопротивления. Математическая модель, использованная Эйлером и Даламбером, оказалась переупрощенной. Реальные течения несимметричны (подобно тем, которые изображены на рисунках 2 и 3).

Конечно, вы уже догадались, что именно трение (вязкость) нарушает симметрию. Именно оно ответственно за образование следа за телом. Так что же, тайна парадокса Эйлера — Даламбера разгадана? Нет, разгадка парадокса оказалась намного сложнее. Давайте снова посмотрим на рисунок 4. Даже при очень больших, предельно достижимых в настоящее время значениях Re, когда силы вязкости пренебрежимо малы, коэффициент сопротивления остается конечным. Значит, и в невязкой жидкости может возникнуть асимметрия и ненулевое сопротивление. Именно такое течение «построил» в 1868 году знаменитый немецкий физик Г.Гельмгольц (1821 — 1894), снявший последнее покрывало с парадокса Эйлера — Даламбера. Обтекание цилиндра по модели Гельмгольца показано на рисунке 5, за цилиндром образуется след — область покоящейся жидкости. Таким образом, реальная математическая модель должна учитывать трение и отрыв потока от тела.

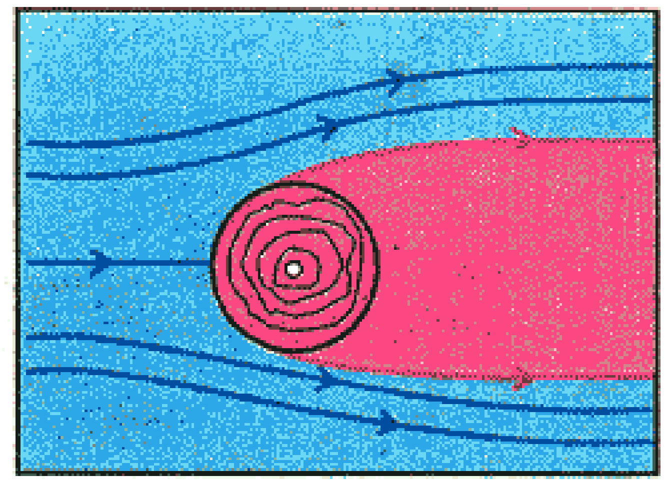

Рис. 5

Кроме парадокса Эйлера — Даламбера, известно много парадоксов «переупрощения математической модели». Так, безотрывное обтекание острой кромки пластины (рис.6,*а*) приводит к «парадоксу бесконечности» — скорость жидкости при подходе к кромке неограниченно растет. Более того, для разворота потока на 180° требуется так называемая центростремительная сила. В силу третьего закона Ньютона на пластину будет действовать такая же по величине сила (ее называют подсасывающей). К чему она приложена? К кромке пластины, т.е. к точке! Реальное обтекание кромки — отрывное, от нее отходит линия разрыва касательной составляющей скорости (окрашенная на рисунке 6,*б* в красный цвет), скорость на кромке конечна.

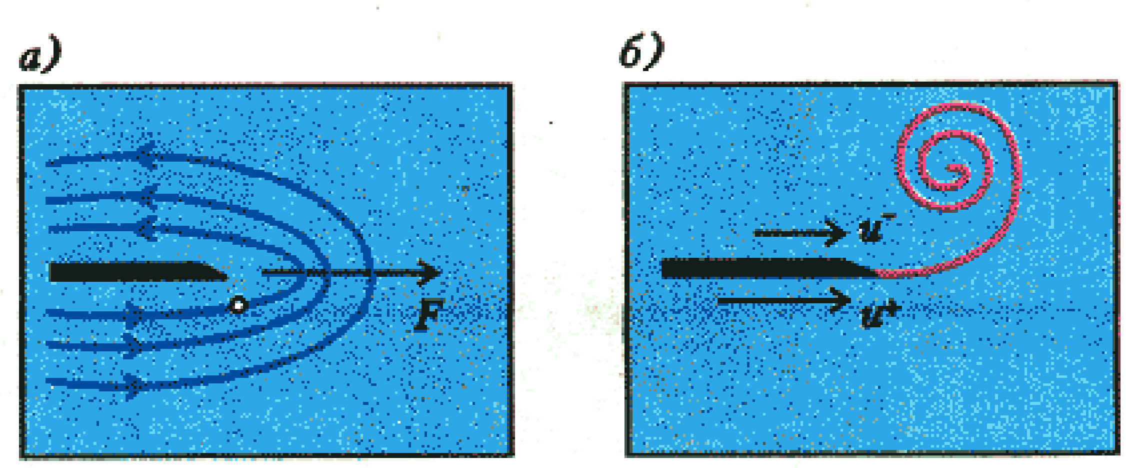

Рис. 6

Корректность математической модели

Разработка непарадоксальной математической модели, адекватно описывающей реальный процесс, — очень сложное дело. В большинстве случаев об этом приходится только мечтать, поэтому известный математик Д.Биркгоф в шутку предложил разделить гидродинамиков на экспериментаторов, которые наблюдают то, что нельзя описать, и теоретиков, которые описывают то, что нельзя наблюдать.

Пришла пора сделать выводы. Во избежание парадоксов математическая модель течения не должна быть переупрощенной — следует учитывать тот фактор, пренебрежение которым приводит к парадоксу. С точки зрения физика, такое требование естественно. Однако математик подходит к этому вопросу строже (такова его профессия). С точки зрения математика, постановка задачи должна быть *корректной*. Корректность включает три требования к математической модели: существование решения, его единственность и устойчивость.

Разумеется, отсутствие решения является следствием переупрощения модели. Так, сходящееся течение в угле со скоростями, направленными по радиусу, существует при любом значении числа Рейнольдса (рис.7,*а*). Решение, описывающее радиальное течение (рис.7,*б*), существует лишь при малых значениях Re, меньших некоторого критического значения Re^*. При $Re > Re^*$ такое решение отсутствует. В опыте при достаточно больших значениях Re наблюдается нестационарное, отрывное движение — в этом заключается разгадка парадокса отсутствия радиального расходящегося решения в угле.

Ну а как поступить, если имеется несколько решений? Допустим, при

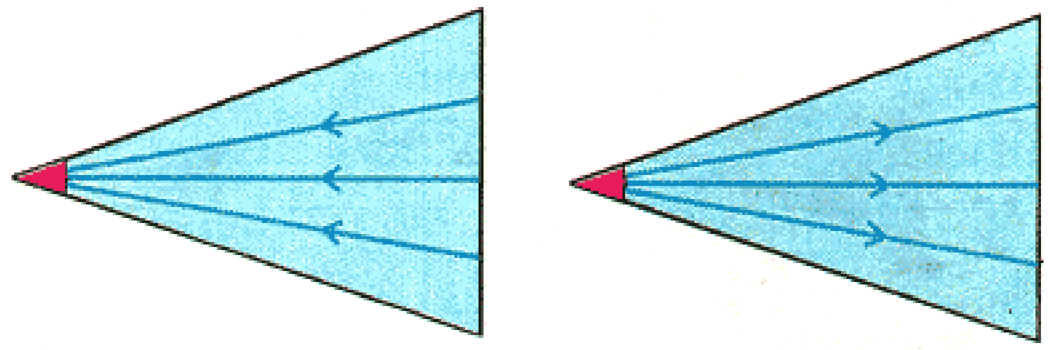

Рис. 7

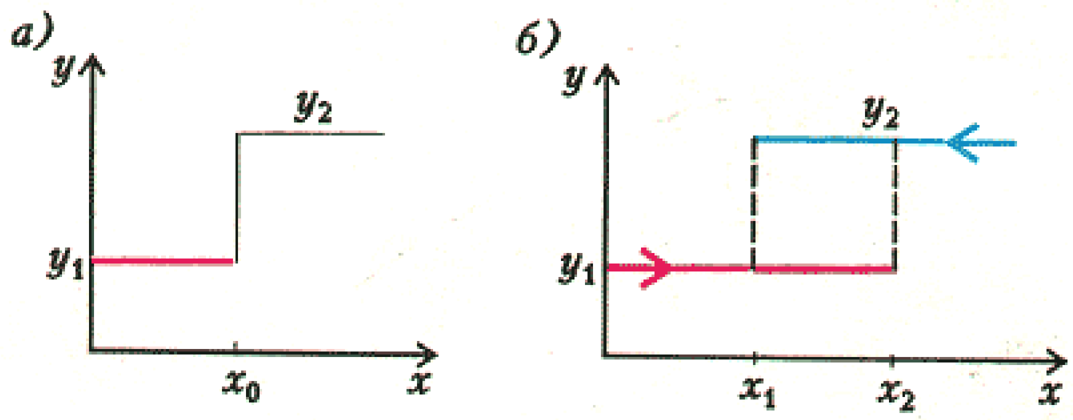

Рис. 8

решении квадратного уравнения вы получили два корня. Какой из них выбрать? Давайте переберем все возможные случаи, обратившись к опыту. Если в опыте не реализуется ни один из возможных корней, то это означает, что математическая модель — квадратное уравнение — несправедлива. Если в опыте реализуется лишь один из полученных корней, то он оказывается устойчивым по отношению к малым внешним возмущениям, а другой корень — неустойчивым. Наконец, имеется третья возможность — когда могут реализоваться оба решения. Если при значении параметра ($x = x_0$)происходит смена одного решения ($y = y_1$) на другое ($y = y_2$), то говорят о *бифуркации* решения (рис.8,*а*). Если в некотором диапазоне значений параметра ($x_1 \le x \le x_2$) существуют оба

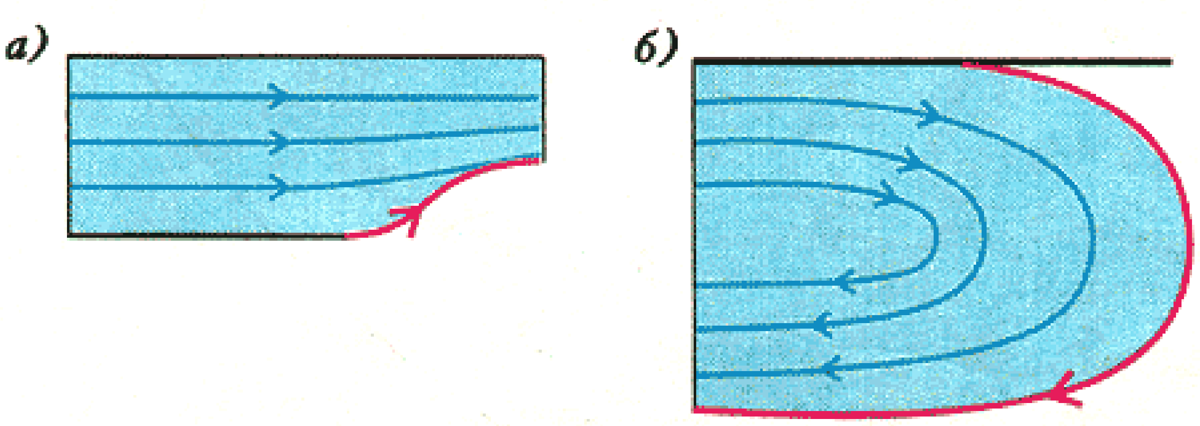

Рис. 9

решения, то говорят о *гистерезисе* (рис.8,*б*): одно решение ($y = y_1$) реализуется, если параметр (x) увеличивать, начиная от некоторого значения ($x < x_1$, прямой ход), другое решение ($y = y_2$) реализуется, если параметр (x) уменьшать, начиная от некоторого значения ($x > x_2$, обратный ход). В этом случае выбор решения зависит от предыстории процесса. (Гистерезисные режимы обтекания крыла наблюдаются, например, вблизи значения угла атаки α, соответствующего максимальному значению коэффициента подъемной силы C_y.)

С парадоксами неединственности ученые столкнулись еще на заре развития авиации. В 1910 году на авиационном салоне под Парижем молодой ученый из Румынии А.Коанда поднял в воздух сконструированный им самолет, который смело можно назвать прототипом современных реактивных летательных аппаратов. Из сопел, расположенных по бокам фюзеляжа, вырывались огненные струи. После успешного полета отделавшийся ушибами изобретатель принимал восторженные поздравления. «Молодой человек! Вы опередили эпоху на 30, а то и на все 50 лет!» — сказал ему Эйфель. Но триумфатор думал о другом — о странном поведении огненной струи во время разбега самолета. Струя вместо того чтобы отражаться от специально установленных металлических щитков, защищающих фанерный фюзеляж от воспламенения, прижималась к ним, разворачиваясь в обратную сторону.

Открытие, названное впоследствии «эффектом Коанда»[1], сначала не привлекло к себе внимания. В течение последующих 25 лет Коанда, уже известный авиаконструктор, самостоятельно проводил опыты, отыскивая своему открытию возможные области применения. Сегодня эффект Коанда используется при разработке двигателей для аппаратов на воздушной подушке и суден с подводными крыльями, для повышения тяги реактивных сопел, для торможения самолетов при посадке и для глушения шума реактивных двигателей.

[1] *См., например, статью Дж. Раскина «Окрыленный эффектом Коанда» в пятом номере журнала за прошлый год. (Прим. ред.)*

С эффектом Коанда мы встречаемся каждый день, досадуя, что струя, вытекающая из носика чайника, вдруг прилипает к его поверхности и льется мимо чашки. Такой поворот струи и прилипание к твердой поверхности гидродинамики в шутку называют еще «эффектом чайника». На рисунке 9,*а* показана схема истечения струи из канала без поворота, а на рисунке 9,*б* — с поворотом. Получено два решения. Но разгадан ли парадокс Коанда? К сожалению, нет — неизвестно, при каких условиях реализуется тот или иной режим.

Мы не обсудили еще один критерий корректности математической модели — устойчивость решения. Случайные, неустойчивые по отношению к малым возмущениям процессы нельзя исследовать с помощью классического аппарата математики. Определить отдельную беспорядочную траекторию невозможно, как невозможно предсказать, будет ли дождь через месяц. В лучшем случае можно рассчитывать на получение некоторых общих выводов. Очень хорошо об этом сказал русский поэт и философ В.С.Соловьев:

«Природа с красоты своей
Покрова снять не позволяет,
И ты машинами не вынудишь у ней,
Чего твой дух не угадает».

Парадокс неустойчивости заключается в том, что обтекание тела при стационарных внешних условиях зависит от времени. Пример нестационарного течения демонстрирует, например, рисунок 3. Обтекание становится нестационарным, когда число Рейнольдса превышает некоторое критическое значение. Доподлинно известно, что нестационарность вызвана неустойчивым характером отрыва потока от тела, но до окончательного разрешения парадокса нестационарности еще далеко.