и m_2:

$$\frac{(m_1+m_2)u^2}{2}-\frac{m_2v^2}{2}=-\mu m_2 gl .$$

Величину u конечной скорости шайбы и доски можно найти из закона сохранения импульса

$$m_2v=(m_1+m_2)u .$$

Решая эти два уравнения, находим окончательно

$$l=\frac{v^2}{2\mu g}\frac{m_1}{m_1+m_2} .$$

Конечно, можно было бы решить задачу, опираясь на теорему об изменении кинетической энергии для каждого тела. В таком случае соответствующая система уравнений имеет вид

$$\frac{m_1u^2}{2}=F_{\text{тр}}s_1 ,$$

$$\frac{m_2u^2}{2}-\frac{m_2v^2}{2}=-F_{\text{тр}}s_2 ,$$

$$m_2v=(m_1+m_2)u ,$$

$$s_2-s_1=l ,$$

$$F_{\text{тр}}=\mu m_2 g ,$$

где s_1 и s_2 — величины перемещений тел *1* и *2* соответственно относительно неподвижной системы отсчета. Решая эту систему уравнений, приходим к тому же ответу на вопрос задачи, что и в первом варианте ее решения.

* * *

В заключение рассмотрим задачу, в которой теорема об изменении кинетической энергии используется наоборот: по известному приращению кинетической энергии находится работа.

Задача 5. *Найдите коэффициент полезного действия водометного двигателя реактивного катера, движущегося с постоянной скоростью. Площадь входного отверстия двигателя S_1, выходного S_2.*

Выберем систему отсчета, связанную с катером. Пусть через двигатель ежесекундно проходит масса μ воды, причем попадает она в двигатель со скоростью v_1 (это скорость движения катера), а выходит со скоростью v_2. Импульс этой массы воды за секунду увеличивается на $\mu(v_2-v_1)$, следовательно, сила тяги двигателя равна $F=\mu(v_2-v_1)$, а его полезная мощность — $N_1=Fv_1=\mu(v_2-v_1)v_1$. Полная мощность двигателя равна приращению кинетической энергии воды, прошедшей через двигатель в единицу времени:

$$N_2=\frac{\mu}{2}\left(v_2^2-v_1^2\right).$$

Коэффициент полезного действия η двигателя равен отношению полезной мощности к полной:

$$\eta=\frac{N_1}{N_2}=\frac{2v_1}{v_1+v_2} .$$

Из условия неразрывности струи воды и несжимаемости воды $\rho S_1v_1=\rho S_2v_2$ следует, что

$$\eta=2\frac{S_2}{S_1+S_2} .$$

Заметим, что при решении задачи в системе отсчета, связанной с берегом, полезная мощность двигателя по-прежнему будет равна $N_1=\mu(v_2-v_1)v_1$. Полная же мощность N_2' будет расходоваться на преодоление силы сопротивления, которая по величине равна силе тяги, и на ежесекундное увеличение кинетической энергии воды, скорость которой при прохождении через двигатель увеличивается от 0 до v_2-v_1, т.е.

$$N_2'=\mu(v_2-v_1)v_1+\frac{\mu(v_2-v_1)^2}{2}=\frac{\mu\left(v_2^2-v_1^2\right)}{2}=N_2 .$$

Таким образом, величина коэффициента полезного действия водометного двигателя в обеих системах отсчета определяется одним и тем же соотношением.

Упражнения

1. Когда тело двигалось вниз по наклонной плоскости, на высоте H от ее основания оно имело скорость v_1, а когда оно двигалось вверх после упругого удара о стенку у основания плоскости, его скорость на той же высоте H была равна v_2 (рис.4). Определите скорость тела при ударе о стенку.

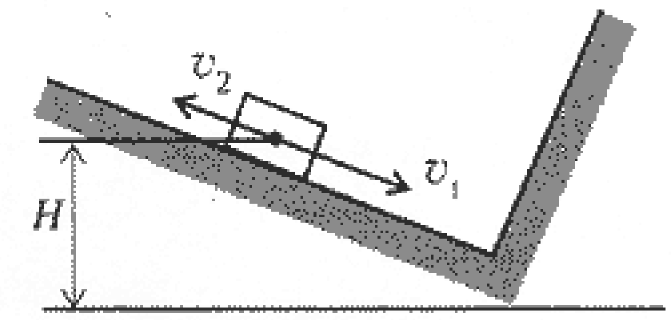

Рис. 4

2. Однородный брусок, скользящий по гладкой горизонтальной поверхности, попадает на шероховатый участок этой поверхности шириной l, коэффициент трения о который μ. При какой минимальной начальной скорости брусок преодолеет шероховатый участок поверхности?

3. Кабина лифта массой $m=3\cdot10^3$ кг опускается с постоянной скоростью $v=10$ м/с. Внезапно происходит полная остановка барабана, с которого сматывается трос. Найдите максимальное удлинение троса, если коэффициент упругости для той его длины, при которой произошла остановка барабана, равен $k=10^6$ Н/м.

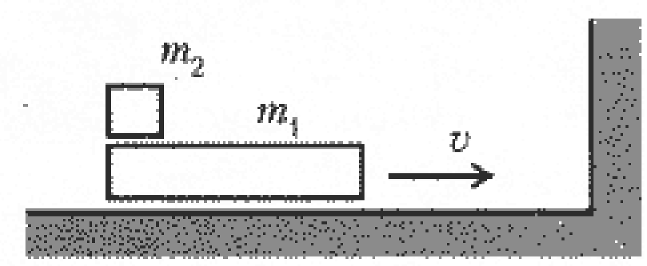

Рис. 5

4. По гладкой горизонтальной плоскости стола равномерно со скоростью v скользит доска массой m_1 вместе с расположенной на ней небольшой шайбой массой m_2 (рис.5). После абсолютно упругого столкновения доски с вертикальной неподвижной стеной шайба перемещается по доске на l. Определите коэффициент трения скольжения между шайбой и доской.

5. Оцените мощность двигателя, необходимую для поддержания в воздухе вертолета массой $M=500$ кг с лопастями длиной $l=3$ м. Считайте, что весь воздух под вращающимися лопастями движется однородным потоком вниз. Давление и температура воздуха равны, соответственно, $p=10^5$ Па и $T=300$ К, молярная масса воздуха $\text{M}=29$ г/моль, универсальная газовая постоянная $R=8{,}31$ Дж/(моль · К).

ПОПРАВКА

В статье «Решим относительно параметра» («Квант» №4 за 1997 г.) в решении задачи 4 допущена ошибка. Начиная со второго абзаца на с.44 должен быть следующий текст:

«Второе из полученных уравнений при $a>0$ противоречит ограничениям, так как для его положительных корней $a>x^2$, а при $a=0$ всем условиям удовлетворяет $x=0$.

Первое уравнение не имеет корней при $a<3/4$, имеет отрицательные корни при $3/4\le a<1$ и имеет один неотрицательный корень $x=\left(-1+\sqrt{4a-3}\right)/2$ при $a\ge1$, удовлетворяющий условию $a>x^2$.

Ответ. $x=0$ при $a=0$, $x=\left(-1+\sqrt{4a-3}\right)/2$ при $a\ge1$, при остальных a корней нет.»

В ответе к задаче 12 — опечатка. Следует читать:

«**Ответ.** $(-\infty;-1)\cup(-1;0)\cup(2;+\infty)$».