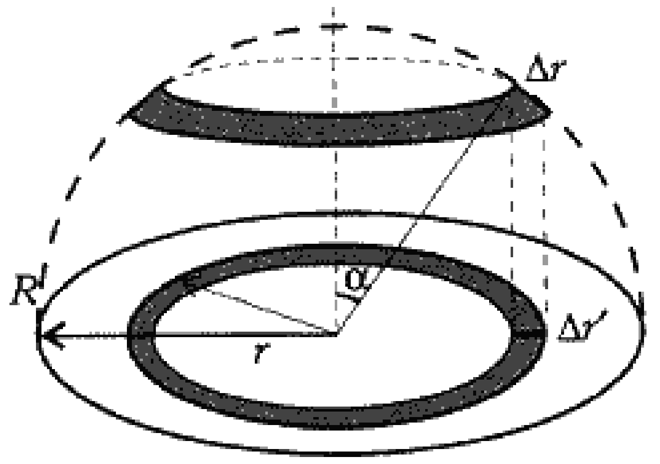

Рис. 2

Видно, что распределение заряда совсем не похоже на равномерное. Поверхностная плотность заряда при удалении от центра возрастает, а при приближении к краю диска стремится к бесконечности. Отметим, что поверхностная плотность заряда в центре диска $\sigma_0 = q/\left(4\pi R^2\right)$ в два раза меньше, чем была бы при равномерном распределении заряда ($\sigma = q/\left(2\pi R^2\right)$). В два раза меньше будет и напряженность поля возле центра диска.

Емкость тонкого диска радиусом R. Используя полученное нами распределение заряда по поверхности диска, мы можем найти его емкость. Для чего это нужно? Ну например, зная емкость, можно определить энергию электрического поля, создаваемого заряженным диском, что часто бывает полезно для решения задач.

Чтобы вычислить электроемкость, надо найти потенциал диска. Проще всего это сделать для центра диска. Разбивая диск на тонкие круглые полоски, получим

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^R \frac{2\sigma(r)dS}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^R \frac{2\sigma_0 R\cdot 2\pi r dr}{r\sqrt{R^2-r^2}} = \frac{\pi\sigma_0 R}{2\varepsilon_0}$$

(такой интеграл можно найти в таблице или взять самостоятельно, сделав замену $r = R\sin\alpha$). Учитывая, что $q = \sigma_0\cdot 4\pi R^2$, найдем емкость диска по формуле $C = q/\varphi$:

$$C = 8\varepsilon_0 R.$$

Упражнение

Какую работу надо совершить, чтобы две круглые обкладки плоского конденсатора разнести на очень большое расстояние друг от друга? Начальное расстояние d между пластинами много меньше их радиуса R, заряд конденсатора q.

Две одинаково заряженные плоские пластины. Рассмотрим плоский конденсатор с круглыми пластинами, расстояние между которыми d много меньше их радиуса R. Что произойдет, если зарядить эти пластины одинаковыми по величине и знаку зарядами? Ответ следующий: практически весь заряд каждой пластины окажется распределен по ее внешней стороне по закону, определяемому формулой (∗). Заряд на внутренней стороне и поле между пластинами будут ничтожно малыми. Объяснить такой результат проще всего с помощью теоремы единственности. Возьмем сначала пластину радиусом R с малой толщиной d и нанесем на нее двойной заряд. Он распределится по ее поверхностям по закону, близкому к случаю бесконечно тонкой пластины. Теперь вырежем внутреннюю часть. Так как она почти не заряжена, распределение заряда почти не изменится. Значит, в этом случае взаимодействие между пластинами сводится к выталкиванию зарядов на внешние стороны пластин.

Плоский конденсатор. Теперь зарядим эти же пластины «как положено» — зарядами, одинаковыми по величине, но противоположными по знаку. Ситуация кардинально изменится. Почти весь заряд окажется на внутренней стороне пластин, причем распределится практически равномерно. Все дело в том, что в этом случае в пространстве между пластинами существует электрическое поле. Напряженность поля $\vec{E}$ направлена перпендикулярно пластинам, и разность потенциалов U между пластинами постоянна и в любом месте равна $U = Ed$. А поскольку расстояние между пластинами всюду одно и то же, то и напряженность поля, и поверхностная плотность заряда также почти всюду одинаковы (кроме краев). Перпендикулярность поля поверхности пластин теперь обеспечивается автоматически — за счет суперпозиции напряженностей от положительной и отрицательной пластин (рис.3) — и не требует специального распределения по поверхности, как в случае изолированной пластины. Таким образом взаимодействие между пластинами привело к кардинальному перераспределению заряда.

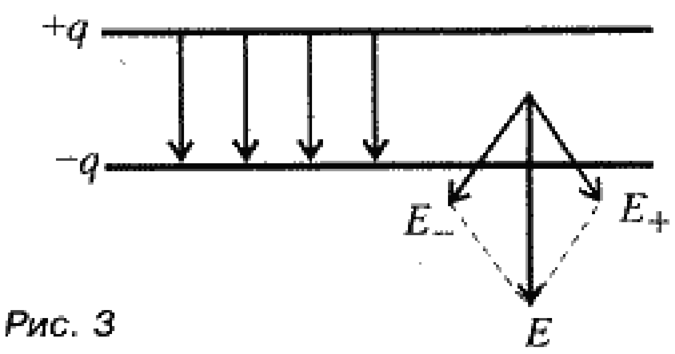

Рис. 3

Как видно из приведенных рассуждений, равномерное распределение заряда по поверхности обеспечивается постоянным расстоянием между пластинами. Если бы расстояние между пластинами медленно менялось, то в более узком месте и напряженность поля, и поверхностная плотность заряда были бы больше.

Произвольно заряженные пластины. К разобранным нами двум случаям — пластины, заряженные одноименными или разноименными зарядами — можно свести и общий случай произвольно заряженных пластин. Действительно, пусть на одну пластину нанесли заряд q_1, а на другую — заряд q_2. Тогда общий заряд пластин равен $Q = q_1 + q_2$. Будем считать, что пластины заряжали в два этапа: сначала на них поместили одноименные заряды $Q/2$, а потом на первую пластину поместили заряд $q = (q_1 - q_2)/2$, а на вторую — заряд $-q$. Тогда поле в пространстве между пластинами и разность потенциалов между ними будут определяться зарядом q, равномерно распределенным по внутренней поверхности, а поле вне пластин — зарядом Q, неравномерно распределенным по внешней поверхности (в случае круглых пластин это распределение описывается формулой (∗)).

ДОПОЛНЕНИЕ К СТАТЬЕ «ЗАОЧНАЯ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКАЯ ШКОЛА ПРИ МФТИ»

(см. «Квант» № 6 за 1997 г.)

Для учащихся Украины работает Киевский филиал ЗФТШ при МФТИ. Желающим поступить следует выслать вступительные работы по адресу:

252680 г.Киев, пр.Вернадского, д.36, Институт металлофизики, Киевский филиал ЗФТШ при МФТИ.

Телефон для справок: 444-95-24.