Решая систему уравнений, получим

$$a_2 = g,\ a_{бл} = \frac{(a_1 + a_2)}{2} = 0{,}6g,\ F = 2{,}3Mg\ .$$

З.Рафаилов

Ф1614. *На гладком горизонтальном столе находится тележка массой M, на которой вертикально стоит велосипедное колесо массой 3M (рис.1). Коэффициент трения между колесом и тележкой μ. К тележке прикладывают постоянную по величине горизонтальную силу, направленную параллельно плоскости колеса. При какой максимальной величине этой силы колесо сможет двигаться без проскальзывания относительно тележки? Считайте, что вся масса колеса сосредоточена на максимальном расстоянии от его центра – на внешней окружности.*

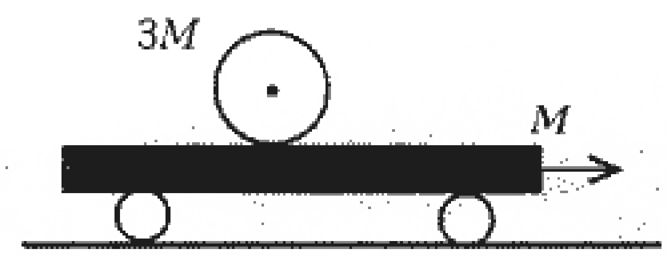


Рис.1

Колесо движется под действием силы трения f (рис.2). Ускорение его центра масс при этом составляет $a_ц = f/(3M)$. Кроме поступательного движения с этим ускорением, колесо будет закручиваться с постоянным угловым ускорением ε против часовой стрелки. Определим это угловое ускорение. Можно воспользоваться уравнением моментов сил (если знаете, что такое момент инерции и как с ним обращаться), но можно применить и закон сохранения энергии. Для этого достаточно знать, что энергия обруча складывается из энергии, связанной с поступательным движением центра масс, и энергии, связанной с вращением вокруг центра масс (центра «обруча»). Первое слагаемое равно $3Mv^2/2$, второе составляет $3M\omega^2R^2/2$ – все точки обода колеса имеют одинаковые по величине ($v = \omega R$) скорости относительно центра. Работа силы f за время τ равна приращению энергии обруча:

Рис.2

$$f\left(\frac{a_ц\tau^2}{2} + \frac{\varepsilon R\tau^2}{2}\right) = \frac{3Ma_ц^2\tau^2}{2} + \frac{3M\varepsilon^2R^2\tau^2}{2},$$

откуда (подставив значение $a_ц$) получим

$$\varepsilon R = \frac{f}{3M} = a_ц .$$

Условие отсутствия проскальзывания обруча относительно тележки можно записать в виде

$$a_т = a_ц + \varepsilon R,\ \text{или}\ \frac{F - f}{M} = \frac{2f}{3M}.$$

Отсюда находим искомое значение силы F:

$$F = \frac{5f}{3} \le \frac{5}{3}\cdot 3\mu Mg,\ \text{или}\ F_{max} = 5\mu Mg.$$

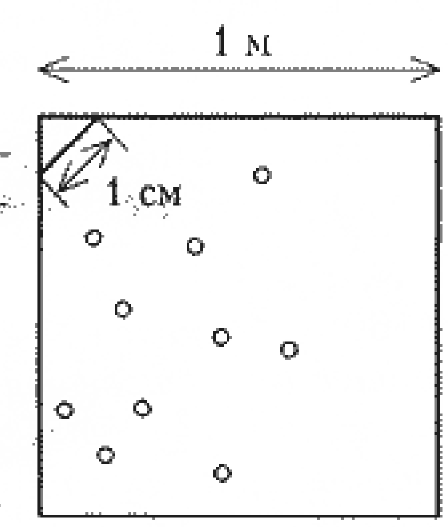
Р.Александров

Ф1615. *В невесомости проводится следующий опыт. Заполненный воздухом большой сосуд содержит множество мельчайших масляных капелек и одну каплю довольно больших размеров. При столкновении маленьких капель между собой они упруго разлетаются, а при столкновении с большой каплей происходит их поглощение. За 1 час диаметр большой капли увеличился в 2 раза. Через какое время он увеличится еще в 2 раза? Большая капля не касается стенок сосуда. Испарения с ее поверхности не происходит.*

Будем считать, что капель в сосуде очень много и что сосуд огромный, так что концентрация капель по мере роста большой капли не меняется. Тогда при хаотическом (броуновском) движении маленьких капель количество прилипающих на данную площадь за небольшой интервал времени капелек все время одинаково. Это означает, что толщина нарастающего за каждый интервал времени слоя жидкости остается неизменной – радиус большой капли линейно растет со временем. Значит, для увеличения ее радиуса от $2R$ до $4R$ понадобится ровно вдвое больше времени, чем для увеличения от R до $2R$, т.е. еще два часа.

З.Каплин

Ф1616. *На компьютере сделана модель бильярда (см. рисунок): на квадратном гладком горизонтальном столе размером 1×1 м могут двигаться одинаковые шайбы диаметром 1 мм каждая, общее число шайб 10000, вначале компьютер располагает шайбы случайным образом. Один из углов квадрата срезан под углом 45°, образуя лузу длиной 1 см. Шайба, попавшая в лузу, вылетает со стола. В начальный момент одна из шайб имеет случайно направленную скорость, равную 1 м/с, остальные шайбы неподвижны. Все удары запрограммированы как абсолютно упругие (удары шайб друг о друга не лобовые!). Через какое время со стола вылетит первая тысяча шайб? Оцените также время, за которое в большинстве экспериментов через лузу вылетят все шайбы.*



Через некоторое время после начала процесса движение шайб «хаотизируется», средняя энергия шайбы составит $Mv_0^2/(2N)$ и это даст возможность найти среднюю квадратичную скорость шайбы:

$$v = \frac{v_0}{\sqrt{N}} = 0{,}01\ \text{м/с}.$$

Оценив обычным образом длину свободного пробега шайбы, получим среднее время между ударами:

$$\lambda = \frac{a^2}{N\cdot 2d} = 0{,}05\ \text{м},\ \tau = \frac{\lambda}{v} = 5\ \text{с}.$$

Отсюда видно, что время «хаотизации» составляет десятки секунд (в начале процесса удары происходят чаще и основной вклад в «разравнивание» скоростей дают удары после того, как скорости шайб уже существенно меньше v_0). Далее будет видно, что этим временем можно пренебречь – оно составляет небольшую часть искомых интервалов.