зультат — сила сопротивления оказалась равной нулю! Спустя семь лет выдающийся французский механик Ж.Даламбер с помощью некоторых ухищрений рассчитал обтекание произвольного тела конечного объема и получил все тот же ошеломляющий результат — нулевое сопротивление.

Такой вывод резко отличался от «здравого смысла». Даламбер, как и каждый из нас, из личного опыта знал, что для поддержания движения к телу необходимо приложить силу тяги, преодолевающую силу сопротивления (именно поэтому летательные аппараты, корабли и подводные лодки снабжены двигателями). Даламбер не смог объяснить полученный результат и с горечью заметил, что нулевое сопротивление — «единственный парадокс, разрешение которого я оставляю геометрам будущих времен».

Прямо скажем: геометрам (гидродинамикам и математикам) достался в наследство крепкий орешек. Прежде чем его раскалывать, выясним геометрический смысл парадокса. Течение, исследованное Эйлером и Даламбером, симметрично, т.е. правая половина течения совпадает с левой (аналогично рисунку 1). Следовательно, совпадающая с направлением невозмущенного потока составляющая импульса (количества движения) струйки, обтекающей тело, постоянна: в некотором сечении слева вдали от тела она такая же, как в некотором сечении справа вдали от тела. В соответствии с законом сохранения импульса, на струйку, как и на помещенное в нее тело, не действует сила сопротивления. Математическая модель, использованная Эйлером и Даламбером, оказалась переупрощенной. Реальные течения несимметричны (подобно тем, которые изображены на рисунках 2 и 3).

Конечно, вы уже догадались, что именно трение (вязкость) нарушает симметрию. Именно оно ответственно за образование следа за телом. Так что же, тайна парадокса Эйлера — Даламбера разгадана? Нет, разгадка парадокса оказалась намного сложнее. Давайте снова посмотрим на рисунок 4. Даже при очень больших, предельно достижимых в настоящее время значениях Re, когда силы вязкости пренебрежимо малы, коэффициент сопротивления остается конеч-

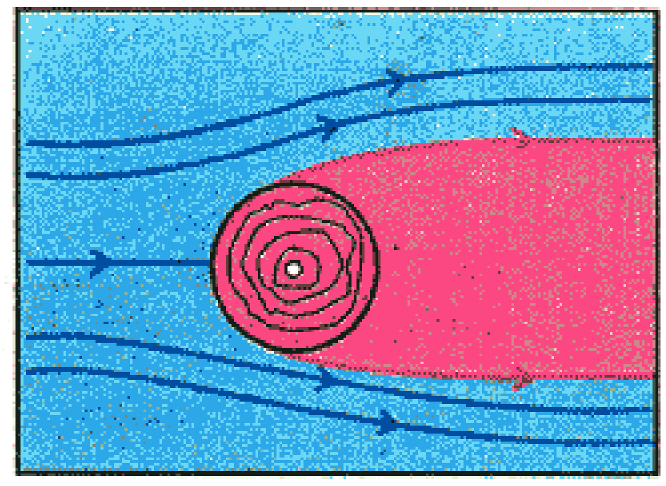

Рис. 5

ным. Значит, и в невязкой жидкости может возникнуть асимметрия и ненулевое сопротивление. Именно такое течение «построил» в 1868 году знаменитый немецкий физик Г.Гельмгольц (1821 — 1894), снявший последнее покрывало с парадокса Эйлера — Даламбера. Обтекание цилиндра по модели Гельмгольца показано на рисунке 5, за цилиндром образуется след — область покоящейся жидкости. Таким образом, реальная математическая модель должна учитывать трение и отрыв потока от тела.

Кроме парадокса Эйлера — Даламбера, известно много парадоксов «переупрощения математической модели». Так, безотрывное обтекание острой кромки пластины (рис.6,*а*) приводит к «парадоксу бесконечности» — скорость жидкости при подходе к кромке неограниченно растет. Бо-

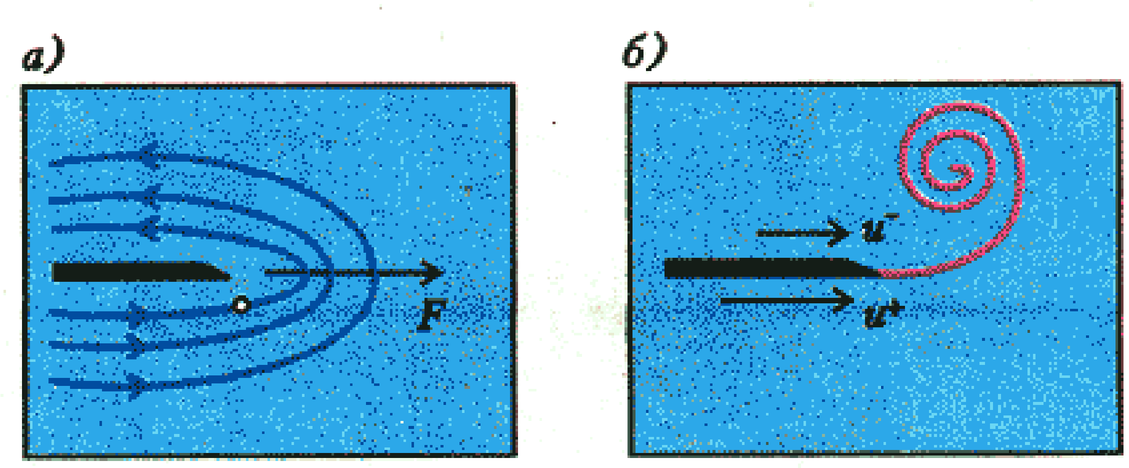

Рис. 6

лее того, для разворота потока на 180° требуется так называемая центростремительная сила. В силу третьего закона Ньютона на пластину будет действовать такая же по величине сила (ее называют подсасывающей). К чему она приложена? К кромке пластины, т.е. к точке! Реальное обтекание кромки — отрывное, от нее отходит линия разрыва касательной составляющей скорости (окрашенная на рисунке 6,*б* в красный цвет), скорость на кромке конечна.

Корректность математической модели

Разработка непарадоксальной математической модели, адекватно описывающей реальный процесс, — очень сложное дело. В большинстве случаев об этом приходится только мечтать, поэтому известный математик Д.Биркгоф в шутку предложил разделить гидродинамиков на экспериментаторов, которые наблюдают то, что нельзя описать, и теоретиков, которые описывают то, что нельзя наблюдать.

Пришла пора сделать выводы. Во избежание парадоксов математическая модель течения не должна быть переупрощенной — следует учитывать тот фактор, пренебрежение которым приводит к парадоксу. С точки зрения физика, такое требование естественно. Однако математик подходит к этому вопросу строже (такова его профессия). С точки зрения математика, постановка задачи должна быть *корректной*. Корректность включает три требования к математической модели: существование решения, его единственность и устойчивость.

Разумеется, отсутствие решения является следствием переупрощения модели. Так, сходящееся течение в угле со скоростями, направленными по радиусу, существует при любом значении числа Рейнольдса (рис.7,*а*). Решение, описывающее радиальное течение (рис.7,*б*), существует лишь при малых значениях Re, меньших некоторого критического значения Re^*. При $Re > Re^*$ такое решение отсутствует. В опыте при достаточно больших значениях Re наблюдается нестационарное, отрывное движение — в этом заключается разгадка парадокса отсутствия радиального расходящегося решения в угле.

Ну а как поступить, если имеется несколько решений? Допустим, при