ется точка $L(x_0, y_0)$, для которой $x_0 = y_0 = \frac{1+\sqrt{1-4a}}{2}$. Эта точка удовлетворяет исходной системе неравенств при любом $a \le 1/4$, поэтому осталось решить неравенство $2x_0^2 \le 8$.

Вариант 2

1. $x_1 = 2a-3$, $x_2 = 2$ при $a \ne 1$; 2; 5/2; 3;
$x = 2$ при $a = 2$; 5/2;
$x = -1$ при $a = 1$;
$x = 3$ при $a = 3$.

2. 2; 1024. **3.** $\frac{\pi}{12}(8n-1)$, $n \in \mathbf{Z}$.

4. 28. *Указание.* Найдите радиус окружности, описанной около трапеции, по формуле $R = abc/4s$, примененной к одному из треугольников, образованных диагональю, основанием и боковой стороной трапеции; высоту пирамиды — по теореме Пифагора и площадь трапеции — по стандартной формуле.

5. Если $a = 5$, $x_1 = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$; $x_2 = (-1)^n \arcsin\frac{\sqrt{6}-1}{2} + \pi n$, $n \in \mathbf{Z}$. Уравнение имеет решения при $-3\sqrt{3} \le a \le 3\sqrt{3}$. *Указание.* Выполняя замену $u = \sin x$, получаем уравнение $-4u^3 + 9u = a$, левая часть которого на промежутке $[-1; 1]$ принимает значения из промежутка $\left[-3\sqrt{3}; 3\sqrt{3}\right]$.

ФИЗИКА

1. $k = \frac{m_1^2 v^2}{(m_1+m_2)\Delta l^2} - \frac{2(m_1+m_2)g\mu}{\Delta l} = 2{,}1$ кН/м.

2. $T = (1/8)\rho_B V g = 1{,}22 \cdot 10^{-2}$ Н. **3.** $V_1/V_2 = 1{,}86$.

4. $h = \frac{mR(T_2 - T_1)}{\mathrm{M}(p_0 S - m_0 g)} = 0{,}81$ м.

5. $\varphi_A - \varphi_B = \mathcal{E}\frac{R_2C_2 - R_1C_1}{(R_1+R_2+r)(C_1+C_2)} = 4{,}27$ В.

6. $\Delta p = \sqrt{2}mv\sin\varphi \cdot \left(1 - \cos\left(\frac{eB}{m}\frac{l}{v\cos\varphi}\right)\right)^{1/2}$.

7. $x(t) = \frac{v_0}{\omega}\sin\omega t$, $\omega = \frac{Bl}{\sqrt{mL}}$. **8.** $I_0 = Q/\sqrt{2LC}$.

9. $\Delta t = vln/c^2 \approx 1{,}6 \cdot 10^{-17}$ с. **10.** $\frac{N_э}{N_ф} = \frac{Ihc}{Pe\lambda} = 0{,}02$.

МОСКОВСКИЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

МАТЕМАТИКА

Вариант 1

1. 170 кг. **2.** $x_1 = 1000$, $x_2 = 0{,}1$.
3. $x = \frac{\pi}{3} + 2\pi n$; $n \in \mathbf{Z}$. **4.** Отрезок следует разделить пополам. **5.** $S = a^2\sqrt{39}/6$.

Вариант 2

1. 3 ч, 4 ч. **2.** $x_1 = 3$, $x_2 = 27$. **3.** $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n$, $n \in \mathbf{Z}$.
4. $\frac{a}{\sqrt{3}}$; $a\sqrt{\frac{2}{3}}$ (при этом $V_{\max} = \frac{2}{3\sqrt{3}}a^3$). *Указание.* Выразите объем через ее высоту.
5. 45°. *Указание.* Угол между плоскостями равен углу между прямыми, им перпендикулярными, т.е. углу между SD и SC.

Вариант 3

1. $V = 6$. **2.** 1/8 (при $a \ge 0$, $a \ne 1$). **3.** $(-\infty; 17/5) \cup (4; +\infty)$.
4. $x = -100$. *Указание.* Учитывая, что $-x > 0$, преобразуйте $\lg x^2 = \lg\left((-x)^2\right) = 2\lg(-x)$.

5. $x_1 = \frac{2}{3}m\pi$, $x_2 = -\frac{\pi}{2} + 2n\pi$, $x_3 = \frac{\pi}{4} + k\pi$; $m, n, k \in \mathbf{Z}$. *Указание.* Пользуясь формулой

$$\cos\alpha - \cos\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\beta-\alpha}{2},$$

приведите уравнение к виду

$$\sin\frac{3}{2}x\sin\frac{x}{2} = \sin\frac{3}{2}x\cos\frac{3}{2}x,$$

а затем, заметив, что

$$\sin\frac{x}{2} = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{x}{2}\right),$$

к виду

$$\sin\frac{3}{2}x\sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2}\right)\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0.$$

Вариант 4

1. $V = 3\sqrt{3}/4$. **2.** $\sqrt{|a-b|}$ (при $a \ne b$).
3. $(-\infty; -5) \cup (-2; -1)$. **4.** $x = 4$.
5. $x = 60° + 180° n$, $n \in \mathbf{Z}$. *Указание.* Введите новую неизвестную $y = x + 30°$.

Вариант 5

1. $V = \frac{a^3}{24}$, $S = \frac{a^2}{4}\left(\sqrt{6} + \sqrt{3}\right)$.
2. $\sqrt{1-a}$ (при $-1 < a < 1$).
3. $(-\infty; -5) \cup (-2; +\infty)$. **4.** $x = 7$.
5. $x_1 = -\frac{\pi}{4} + n\pi$, $x_2 = \frac{\pi}{16} + \frac{\pi k}{4}$; $n, k \in \mathbf{Z}$. *Указание.* Замените $\sin 3x$ на $\cos\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right)$ и воспользуйтесь формулой

$$\cos\alpha - \cos\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\beta-\alpha}{2}.$$

Задачи устного экзамена

1, 2, 3. См. рис.17, 18, 19.
4. $-2 < k < 6$. **5.** $x_1 = 1$; $x_2 = -1$. **6.** $1 \le x \le 2$.
7. $x = \pm\frac{\pi}{3} + 2n\pi$; $n \in Z$. **8.** $1 < x \le 7$.

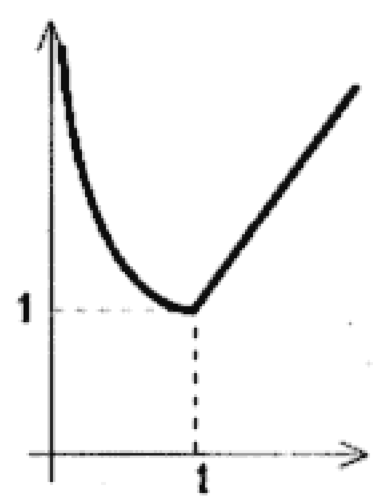

Рис. 17

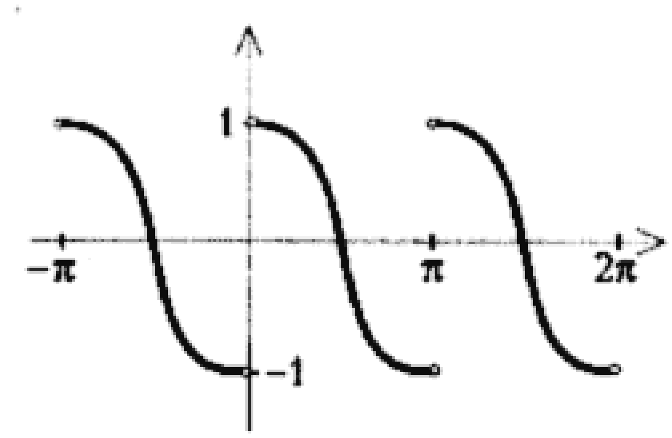

Рис. 18

9. $0 < x < 5/2$.
10. Бесконечно много. **11.** 1.
12. 1125 при 1620. *Указание.* Используйте признаки делимости на 5 и на 9.
13. $a \in (-1; 0) \cup (0; 8/5)$.
Указание. Выразите $x_1^2 + x_2^2$ через $x_1 + x_2$ и x_1x_2 и не забудьте об условии существования двух корней.
14. 2. **15.** $\operatorname{arctg}\frac{1}{\sqrt{2}}$.

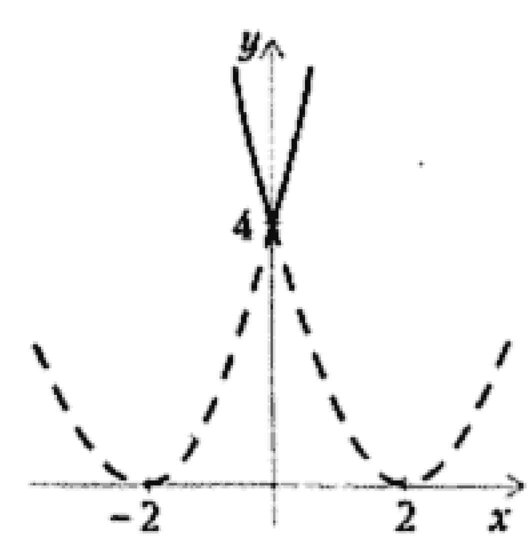

Рис. 19