11. На какую цифру оканчивается число 1997^{1000}?

12. Вставьте цифры на место звездочек в записи 1*2* четырехзначного числа так, чтобы оно делилось на 45.

13. Найдите все значения параметра a, при которых сумма квадратов двух различных корней уравнения

$$ax^2 + 4x - 3 = 0$$

больше 10.

14. Вычислите

$$2\lg 5 - \lg\left(0{,}5 \sin \frac{5\pi}{6}\right).$$

15. Найдите угол между диагональю куба и плоскостью его грани.

ФИЗИКА

Задачи устного экзамена

1. С вертолета, поднимающегося вертикально вверх с постоянной скоростью 1,5 м/с, сбрасывают небольшой мешок с почтой. Какими будут скорость мешка и пройденный им путь через 2 с? На каком расстоянии от вертолета окажется мешок к концу второй секунды? Сопротивлением воздуха пренебречь.

2. Два связанных между собой бруска массами 0,6 кг и 0,3 кг движутся по горизонтальной плоскости под действием силы 4,5 Н, приложенной ко второму бруску. Каково ускорение брусков? Какова сила натяжения связывающей их нити? Коэффициент трения 0,05.

3. Какой массы груз нужно положить на плоскую льдину, чтобы она полностью погрузилась в воду? Площадь льдины 2 $м^2$, толщина льдины 15 см. Плотность льда 0,9 $г/см^3$.

4. Какова средняя квадратичная скорость движения молекул гелия, если, имея массу 4 кг, он занимает объем 5 $м^3$ при давлении 200 кПа?

5. В сосуде объемом $4 \cdot 10^{-3}$ $м^3$ находится 0,012 кг газа при температуре 177 °С. При какой температуре плотность этого газа будет равна $6 \cdot 10^{-6}$ $кг/см^3$, если давление остается неизменным?

6. Подошва стального утюга массой 700 г в процессе работы нагрелась от 20 °С до 200 °С. Сколько времени ушло на нагревание утюга, если его мощность 750 Вт и КПД 80%?

7. В латунный калориметр массой 100 г, содержащий 250 г воды при 10 °С, впускают пар при 100 °С. Какое количество пара следует впустить, чтобы температура воды в калориметре поднялась до 50 °С? Удельная теплоемкость воды 4,2 кДж/(кг·К), удельная теплоемкость латуни 0,4 кДж/(кг·К), удельная теплота конденсации пара $22{,}6 \cdot 10^2$ кДж/кг.

8. Двум соприкасающимся шарикам массой 0,3 г каждый, подвешенным на нитях длиной 100 см, сообщили одинаковые заряды. После этого шарики разошлись на расстояние 5 см друг от друга. Каков заряд каждого шарика?

9. Какую работу нужно совершить, чтобы заряды $5 \cdot 10^{-9}$ Кл и $3 \cdot 10^{-9}$ Кл, находящиеся на расстоянии 20 см, сблизить до 10 см?

10. Из некоторой жидкости на границу ее раздела с вакуумом падает луч света. Угол падения равен 30°. Отраженный и преломленный лучи перпендикулярны друг другу. Найдите показатель преломления жидкости.

Публикацию подготовили
Г.Брайчев, А.Жмулева, Б.Кукушкин, Н.Пурышева

ОЛИМПИАДЫ

Избранные задачи Санкт-Петербургской математической олимпиады

Задачи районного тура

1 (6 кл.). Закрасьте несколько клеток квадрата 4×4 так, чтобы любая закрашенная клетка имела общую сторону ровно с тремя незакрашенными, а любая незакрашенная — ровно с одной закрашенной.

Ю.Базлов

2 (6 кл.). На прямой расположены пять точек — A, B, C, D, E (именно в таком порядке). Известно, что $AB = 19$ см, $CE = 97$ см, $AC = BD$. Найдите длину отрезка DE.

Р.Семизаров

3 (6 кл.). На семи карточках написаны числа от 1 до 7. Двум мудрецам дали по три карточки, а одну спрятали. Изучив свои карточки, первый мудрец сказал второму: «Сумма твоих чисел нечетна». Какие карточки у первого мудреца?

С.Иванов

4 (6 кл.). Юра задумал натуральное число, умножил его на 13 и зачеркнул последнюю цифру результата. Полученное число он умножил на 7 и опять зачеркнул последнюю цифру результата. Получилось число 21. Какое число задумал Юра?

К.Кохась

5 (8 кл.). В четырехугольнике $ABCD$ точки K, L, M, N — середины сторон AB, BC, CD, DA соответственно. Прямые AL и CK пересекаются в точке P, прямые AM и CN — в точке Q. Оказалось, что $APCQ$ — параллелограмм. Докажите, что $ABCD$ — тоже параллелограмм.

А.Храбров

6 (9 кл.). Можно ли в клетках квадрата 6×6 расставить натуральные числа так, чтобы сумма чисел любого прямоугольника 1×4 делилась на 3, а сумма всех чисел не делилась на 3?

7 (9 кл.). Даны три квадратных трехчлена, никакие два из которых не имеют общих корней. Известно, что каждый из этих трехчленов имеет общий корень с суммой двух других трехчленов. Докажите, что сумма этих трехчленов равна нулю.

С.Берлов