(Начало см. на с. 31)

ляет

$$W_{p2}=\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 L}+\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 L}+\frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 L}=\frac{5q^2}{8\pi\varepsilon_0 L}.$$

Закон сохранения полной энергии системы позволяет записать

$$W_{k1}+W_{p1}=W_{k2}+W_{p2},$$

или

$$\frac{3q^2}{4\pi\varepsilon_0 L}=3mv^2+\frac{5q^2}{8\pi\varepsilon_0 L}.$$

Отсюда находим скорость шариков *1* и *2*:

$$v=\frac{q}{2\sqrt{6\pi\varepsilon_0 mL}}$$

и скорость шарика *3*:

$$u=\frac{q}{\sqrt{6\pi\varepsilon_0 mL}}.$$

Задача 3. *Плоский конденсатор с прямоугольными пластинами, подключенный к источнику постоянного напряжения U = 100 В, установлен в вертикальном положении так, что его пластины соприкасаются с диэлектрической жидкостью (рис.2). Расстояние между пластинами d = 0,5 мм много меньше линейных размеров пластин. Определите установившуюся высоту поднятия жидкости между пластинами, если жидкостью является вода с диэлектрической проницаемостью* ε *= 81 и плотностью* ρ *=* $=10^3$ *кг/м*^{3}*. Капиллярными эффектами пренебречь.*

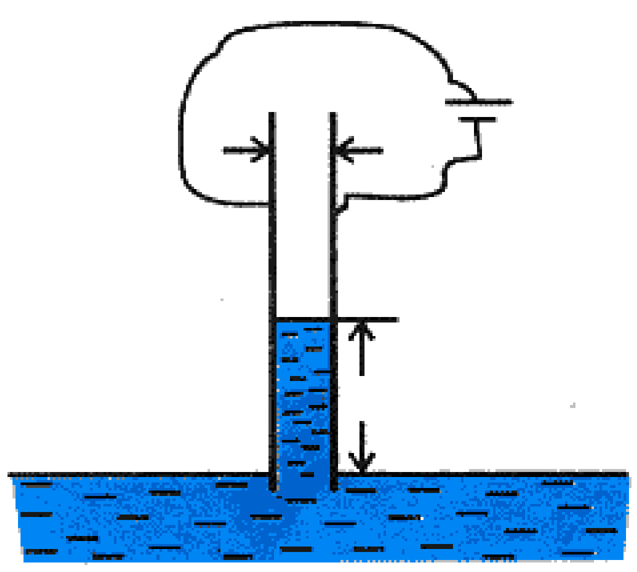

Рис. 2

Наша электромеханическая система включает в себя заряженный конденсатор (при постоянном напряжении U на обкладках), источник постоянного напряжения и диэлектрическую жидкость, находящуюся в поле тяжести Земли. Любая замкнутая система стремится прийти в такое устойчивое состояние, при котором она обладает минимумом энергии. Именно с такой позиции мы и будем исследовать нашу систему.

Пусть в стационарном состоянии высота подъема уровня диэлектрической жидкости между обкладками конденсатора равна z. Найдем полную энергию W нашей системы, которая включает в себя энергию электрического поля конденсатора $W_к$, потенциальную энергию поднятой жидкости $W_ж$ и энергию источника постоянного напряжения $W_и$. Емкость нашего конденсатора равна сумме емкостей конденсатора высотой z, заполненного диэлектрической жидкостью, и пустого конденсатора высотой $(H-z)$:

$$C=\frac{\varepsilon\varepsilon_0 Lz}{d}+\frac{\varepsilon_0 L(H-z)}{d}=\frac{\varepsilon_0 L}{d}\left(H+(\varepsilon-1)z\right),$$

где H — высота пластин конденсатора, L — их длина. Электрическая энергия, запасенная в таком конденсаторе, составляет

$$W_к=\frac{CU^2}{2}=\frac{\varepsilon_0 LU^2\left(H+(\varepsilon-1)z\right)}{2d}.$$

Потенциальная энергия поднятой жидкости равна

$$W_ж=\frac{\rho Ldgz^2}{2}$$

(за нулевой уровень отсчета потенциальной энергии принят уровень $z=0$). Теперь разберемся с энергией источника. Обозначим исходную энергию источника через W_0. В тот момент, когда емкость между пластинами конденсатора равна C, на них находится заряд $Q=CU$. Следовательно, наш источник истратил часть своей энергии, равную совершенной работе $A=QU=CU^2$. Очевидно, что оставшаяся энергия источника составляет

$$W_и=W_0-CU^2=W_0-\frac{\varepsilon_0 LU^2}{d}\left(H+(\varepsilon-1)z\right).$$

Тогда полная энергия системы равна

$$W(z)=W_к+W_и+W_ж=W_0-\frac{\varepsilon_0 LU^2}{2d}\left(H+(\varepsilon-1)z\right)+\frac{\rho Ldgz^2}{2}.$$

Продифференцируем это выражение по z и приравняем нулю:

$$\frac{dW(z)}{dz}=-\frac{\varepsilon_0(\varepsilon-1)LU^2}{2d}+\rho Ldgz=0.$$

Отсюда следует, что полная энергия нашей электромеханической системы будет минимальна при высоте жидкости

$$z_1=\frac{\varepsilon_0(\varepsilon-1)U^2}{2d^2\rho g}=1{,}45\cdot10^{-3}\ \text{м}.$$

Теперь обсудим приведенное решение. Чего мы добились, найдя минимум потенциальной энергии? Можно сказать, что мы провели исследование данной электромеханической системы на устойчивость и установили, что система имеет одно устойчивое состояние, при котором высота подъема диэлектрической жидкости равна z_1. Но это решение ничего не говорит о том, по какому закону и сколь быстро наша система придет в это устойчивое состояние. Если вы заметили, мы ничего не говорили о возможных потерях энергии. Наше решение никак не связано с потерями и не зависит от диссипации энергии в системе. Величиной энергетических потерь в системе определяется временной закон, по которому система будет подходить к своему устойчивому состоянию, но не параметры этого состояния. В качестве примера рассмотрите идеализированную ситуацию, когда в системе нет диссипации энергии. Попробуйте самостоятельно провести для этого случая энергетическое решение: работа источника идет на изменение энергии конденсатора и работу по подъему жидкости. Вы получите два значения высоты подъема: $z_1^*=0$, $z_2^*=2z_1$. Это означает, что жидкость в конденсаторе будет совершать незатухающие колебания около устойчивого положения равновесия с амплитудой z_1. Но реально потери всегда есть, и если они малы, колебания будут медленно затухать, а уровень жидкости со временем займет свое устойчивое положение $z=z_1$. При больших затуханиях жидкость будет медленно подниматься и стремиться все к тому же значению $z=z_1$.

Задача 4. *На гладкой горизонтальной поверхности расположено тонкое непроводящее кольцо массой m, вдоль которого равномерно распределен заряд Q. Кольцо находится во внешнем однородном магнитном поле с индукцией, равной* B_0 *и направленной перпендикулярно плоскости кольца. Найдите угловую скорость вращения кольца после выключения магнитного поля.*

Обозначим радиус кольца через r. Спадание величины индукции магнитного поля от B_0 до нуля может произойти, конечно, и за очень малое время, но реально это всегда будет конечная величина. Пусть в произвольный момент времени (в процессе уменьшения индукции поля) мгновенное значение индукции магнитного поля равно $B(t)$. Изменяющееся во времени маг-