

# Электромеханические задачи

**В. МОЖАЕВ**

**С**РЕДИ разнообразных физических задач есть так называемые смешанные задачи, которые нельзя отнести к какому-то одному определенному разделу физики. В таких задачах, как и в природных процессах, тесным образом переплетаются различные физические явления. В этой статье мы рассмотрим задачи, которые можно причислить к разряду электромеханических — в них речь идет о движении механических систем при воздействии на них электрических и магнитных сил.

**Задача 1.** Минимальная энергия, необходимая для удаления электрона из атома водорода (энергия ионизации), равна  $W_i = 2,2 \cdot 10^{-18}$  Дж. Полагая, что электрон вращается по круговой орбите вокруг небольшого тяжелого положительно заряженного ядра (протона), определите силу электростатического взаимодействия между электроном и протоном.

Слово «тяжелое» по отношению к ядру означает, что его масса много больше массы электрона, и поэтому можно считать, что центр вращения системы протон — электрон совпадает с центром масс протона. Обозначим радиус круговой орбиты электрона через  $r$ . Движение электрона по окружности радиусом  $r$  происходит под действием электростатической силы, действующей на электрон со стороны протона. Второй закон Ньютона позволяет записать:

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2},$$

где  $m$  — масса электрона,  $v$  — его скорость,  $e$  — величина заряда. С помощью этого уравнения найдем кинетическую энергию электрона:

$$W_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r}.$$

Потенциальная энергия электростатического взаимодействия электрона и протона, как системы точечных зарядов, равна

$$W_p = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

Таким образом, полная энергия электрона, находящегося на круговой орбите радиусом  $r$  в атоме водорода, составляет

$$W = W_k + W_p = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r}.$$

(Как это и характерно для финитного движения частицы в потенциальном поле, полная энергия электрона является отрицательной величиной.)

Очевидно, что минимальная энергия, необходимая для удаления электрона из атома водорода, соответствует такому новому состоянию электрона, когда он находится на большом (много больше радиуса орбиты) расстоянии от атома и его скорость равна нулю. В этом состоянии полная энергия электрона также равна нулю, поэтому минимальная дополнительная энергия, сообщенная ему, составляет

$$W_i = -W = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r}.$$

Отсюда находим радиус орбиты электрона:

$$r = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 W_i}$$

и силу электростатического взаимодействия электрона с протоном:

$$F_{эл} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{16\pi\epsilon_0 W_i^2}{e^2} = 8,4 \cdot 10^{-8} \text{ Н.}$$

**Задача 2.** Три одинаковых одноименно заряженных шарика, каждый с зарядом  $q$  и массой  $m$ , связаны нерастяжимыми нитями длиной  $L$  каждая. Все три шарика неподвижны и расположены на гладкой горизонтальной поверхности. Одна из нитей пережигается. Какие скорости будут у шариков в тот момент, когда они будут располагаться на одной прямой? Радиус шариков мал по сравнению с длиной нити.

В начальный момент шарики расположены в вершинах равностороннего треугольника с длиной каждой стороны  $L$  (рис.1). Шарики неподвижны, поэтому их полная кинетическая

энергия равна нулю:

$$W_{k1} = 0.$$

Потенциальная энергия электростатического взаимодействия составляет

$$W_{p1} = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 L} + \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 L} + \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 L} = \frac{3q^2}{4\pi\epsilon_0 L}.$$

(В этом выражении каждый член соответствует энергии взаимодействия пары зарядов, а всего таких пар три.) Поскольку нить нерастяжима, энергия упругих деформаций равна нулю. Итак, в

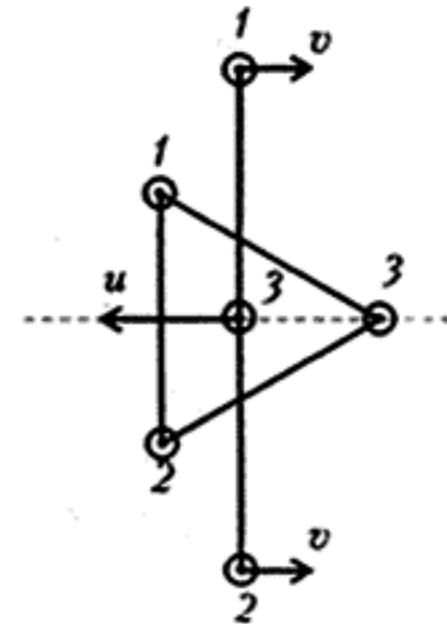


Рис. 1

исходном состоянии полная энергия системы составляет  $W_{p1}$ , а импульс системы равен нулю.

После пережигания нити (например, между шариками 1 и 2) центр масс шариков остается неподвижным, и когда шарики будут располагаться на одной прямой, шарик 3 будет находиться в центре масс нашей системы. Действительно, как до пережигания нити, так и после пережигания между шариками действуют только внутренние силы (замкнутая система), а так как начальная скорость центра масс была равна нулю, то центр масс системы будет оставаться неподвижным.

Пусть в тот момент, когда шарики расположены на одной прямой, скорость шарика 3 равна  $u$ , а скорости двух других шариков равны  $v$  (в силу симметрии, скорости шариков 1 и 2 одинаковы). По закону сохранения импульса,

$$mu - 2mv = 0, \text{ или } u = 2v.$$

Кинетическая энергия шариков в этот момент равна

$$W_{k2} = \frac{mu^2}{2} + 2\frac{mv^2}{2} = 3mv^2.$$

Новая потенциальная энергия электростатического взаимодействия состав-

(Продолжение см. на с. 34)