Ф1611. *Тонкое проволочное кольцо радиусом R, заряженное зарядом Q, и металлическая сфера меньшего радиуса r размещены так, что их центры совпадают. Сфера заземлена очень тонким длинным проводником. Найдите потенциал точки, находящейся на оси кольца на расстоянии x от его плоскости.*

Поскольку заземляющий сферу проводник является тонким и длинным, можно пренебречь электрическим полем этого проводника и считать, что кольцо со сферой столь удалены от других тел, что влиянием последних можно пренебречь. В силу сказанного и заданного расположения сферы относительно кольца можно считать, что заряд Q равномерно распределен по кольцу.

Разобьем кольцо на малые элементы, каждый из которых можно считать точечным зарядом величиной ΔQ. Отметим, что поверхность нулевого потенциала поля, создаваемого двумя не равными по величине и противоположными по знаку зарядами, имеет вид сферы, окружающей меньший по модулю заряд. (См., например, статью А.Черноуцана «Метод электростатических изображений» в «Кванте» №1 за 1996 год — *Прим. ред.*) Следовательно, поле, создаваемое точечным зарядом ΔQ, находящимся на расстоянии R от центра заземленной сферы, и зарядами, имеющимися на заземленной сфере радиусом $r < R$, вне сферы должно совпадать с полем точечных зарядов ΔQ и $-\Delta q$ при определенной величине и расположении последнего. Из соображений симметрии очевидно, что заряд $-\Delta q$ должен находиться на прямой, соединяющей центр заданной сферы и заряд ΔQ, причем между ними. Если расстояние от заряда $-\Delta q$ до центра сферы равно ρ, то, поскольку все точки сферы имеют нулевой потенциал, должны выполняться равенства

$$\frac{\Delta Q}{R-r}=\frac{\Delta q}{r-\rho},\ \frac{\Delta Q}{R+r}=\frac{\Delta q}{r+\rho}.$$

Отсюда получаем

$$\rho=\frac{r^2}{R},\ \Delta q=\frac{\Delta Qr}{R}.$$

Приведенные рассуждения справедливы для любого элемента кольца. Из сказанного следует, что поле вне сферы в рассматриваемой задаче эквивалентно полю двух коаксиальных колец — радиусом R с зарядом Q и радиусом ρ с зарядом $-q = Qr/R$. Поскольку потенциал поля кольца радиусом R с равномерно распределенным по нему общим зарядом Q на оси кольца на расстоянии x от его плоскости равен

$$\varphi_1=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{\sqrt{R^2+x^2}},$$

где ε_0 — электрическая постоянная, то искомое значение потенциала составляет

$$\varphi(x)=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\begin{cases}0, & |x|<r;\\ \dfrac{1}{\sqrt{R^2+x^2}}-\dfrac{r}{\sqrt{r^4+x^2R^2}}, & |x|>r.\end{cases}$$

В.Погожев

Ф1612. *Рентгеновский аппарат состоит из точечных источника И и приемника П, жестко закрепленных на станине. Между источником и приемником перемещают цилиндрический толстостенный баллон (рис.1). При этом интенсивность рентгеновского излучения, регистрируемая приемником, зависит от координаты x так, как показано на графике. Есть ли внутри баллона содержимое, поглощающее рентгеновские лучи?*

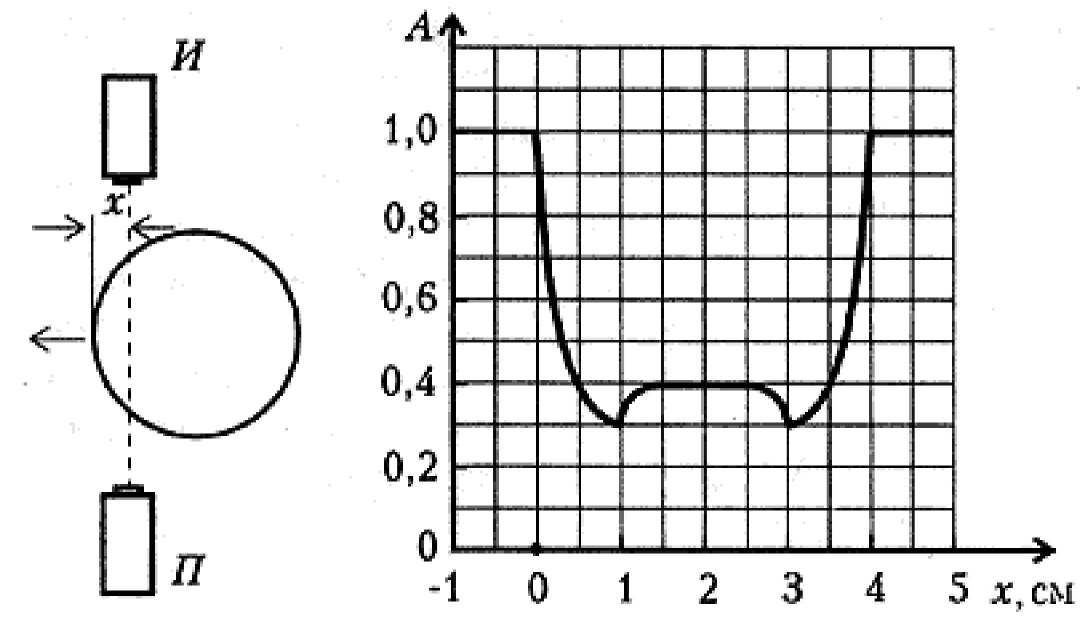

Рис. 1

Из графика на рисунке 1 ясно, что стенки баллона имеют толщину 1 см, а внешний диаметр баллона $d = 4$ см. Для того чтобы получить ответ, достаточно сравнить интенсивность излучения в середине баллона при $x = 2$ см (в этом месте луч проходит через содержимое баллона и через две его стенки, суммарная толщина которых 2 см) и в том месте, где при проходе сквозь стенку толщина металла на пути луча также равна 2 см. Если они одинаковы, то баллон пуст. Из геометрических соображений (рис.2) получаем $r^2 = h^2 + (r-x)^2$, где $r = d/2 = 2$ см, $h = 1$ см. Отсюда

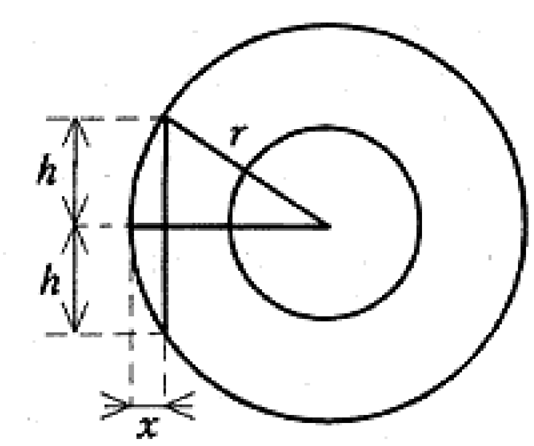

Рис. 2

$$x_1 = 2-\sqrt{3}\approx 0{,}28\ \text{см},\ x_2 = 2+\sqrt{3}\approx 3{,}72\ \text{см}.$$

Из графика видно, что при $x = 2$ см интенсивность излучения составляет 0,4 ед., а при $x = x_1$ и $x = x_2$ интенсивность равна примерно 0,5 ед., что несколько больше. Значит, в баллоне есть содержимое.

А.Андрианов