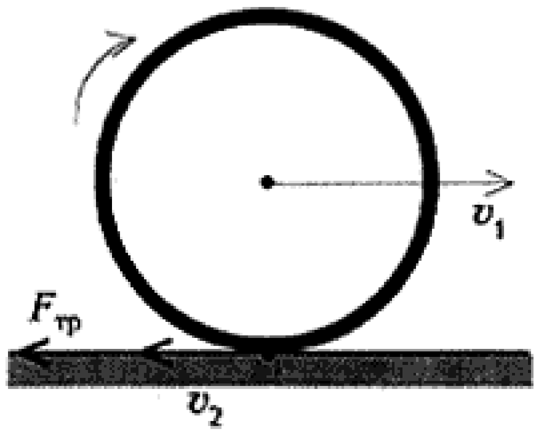
лютно упругий удар (трением труб друг о друга при ударе можно пренебречь). Коэффициент трения скольжения между трубами и поверхностью μ. На каком максимальном расстоянии друг от друга могут оказаться трубы после удара?

Поскольку трением между трубами во время удара можно пренебречь, удар абсолютно упругий и трубы одинаковы, то после удара катившаяся труба потеряет поступательную составляющую движения, но сохранит вращение, а покоившаяся труба приобретет поступательное движение, но не будет вращаться. Таким образом, обе трубы начнут проскальзывать относительно поверхности, причем одна из них будет ускоряться, а вторая замедляться. Ускорения обеих труб направлены в разные стороны, но модули их одинаковы и равны $a = \mu g$. Рассмотрим движение первой трубы, которая приобрела поступательное движение и в начальный момент времени не вращалась (см. рисунок).



Скорость ее оси уменьшается по закону

$$v_1 = v - at = v - \mu g t.$$

Линейная скорость точки касания трубы с поверхностью имеет относительно оси трубы скорость

$$v_2 = at = \mu g t,$$

которая увеличивается со временем. Проскальзывание трубы прекратится в тот момент t_0, когда скорости v_1 и v_2 сравняются:

$$v - \mu g t_0 = \mu g t_0.$$

Отсюда для времени t_0, через которое прекратится проскальзывание, получаем

$$t_0 = \frac{v}{2\mu g}.$$

Для второй трубы все будет происходить аналогично, с той лишь разницей, что скорость оси трубы будет нарастать по закону $v_2 = at = \mu g t$, а линейная скорость точки касания трубы с поверхностью (относительно оси) будет уменьшаться по закону $v_1 = v - at = v - \mu g t$. Таким образом, проскальзывание труб прекратится через одно и то же время t_0, и скорости их движения станут одинаковыми и равными $v/2$. После того как скорости труб уравняются, расстояние между ними перестанет изменяться. Значит, для того чтобы найти максимальное расстояние между трубами, нужно вычислить разность их координат через время t_0. Если начало координат поместить в место, где происходит соударение, то для координаты первой трубы имеем

$$x_1 = vt_0 - \frac{at_0^2}{2} = \frac{3v^2}{8\mu g},$$

а для координаты второй трубы —

$$x_2 = \frac{at_0^2}{2} = \frac{v^2}{8\mu g}.$$

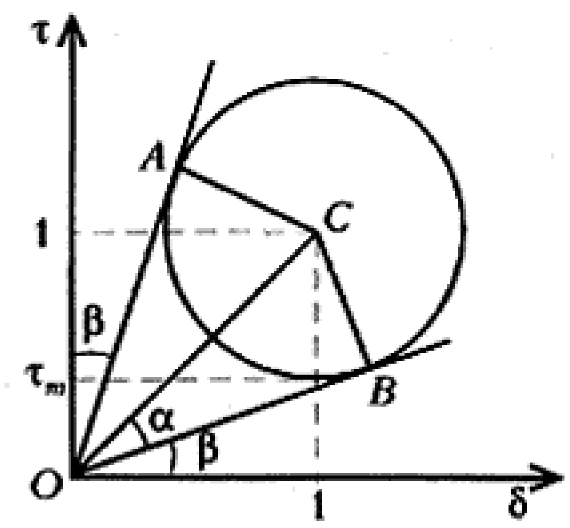
Значит, искомое расстояние между центрами труб равно

$$s = x_1 - x_2 = \frac{v^2}{4\mu g}.$$

С.Варламов

Ф1610. *Зависимость приведенной температуры T/T_0 гелия от приведенного давления p/p_0 имеет вид окружности, центр которой находится в точке (1; 1), причем минимальная приведенная температура гелия в этом процессе равна τ_m. Найдите отношение минимальной и максимальной концентраций атомов гелия при таком процессе.*

Согласно уравнению $p = nkT$, концентрация n атомов гелия определяется его температурой T и давлением p (k — постоянная Больцмана). Отсюда следует, что на $T-p$-диаграмме из двух прямых, проходящих через начало координат, большей концентрации атомов соответствует прямая, идущая под меньшим углом к оси p. Поэтому в показанной на рисунке диаграмме заданного процесса концентрация атомов максимальна в точке B и минимальна в точке A (диаграмма построена в приведенных координатах $\tau = T/T_0$ и $\delta = p/p_0$). Из чертежа следует, что



$$n_{\max} = \frac{p_B}{kT_B} = \frac{p_0 \operatorname{ctg}\beta}{kT_0},$$

где β — угол наклона касательной BO к оси δ на приведенной диаграмме. Так как $\Delta ACO = \Delta BCO$, угол между касательной AO и осью τ на приведенной диаграмме также равен β и

$$n_{\min} = \frac{p_A}{kT_A} = \frac{p_0 \operatorname{tg}\beta}{kT_0}.$$

Таким образом, искомое отношение концентраций равно

$$\frac{n_{\min}}{n_{\max}} = \operatorname{tg}^2\beta.$$

Учитывая, что минимальная приведенная температура $\tau_m = T_m/T_0$ гелия и радиус r окружности, соответствующей на диаграмме заданному процессу, связаны соотношением $r = 1 - \tau_m$, получаем, что $\sin\alpha = r/\sqrt{2}$, так как ΔCBO прямоугольный и его гипотенуза $OC = \sqrt{2}$. Из диаграммы видно, что $\alpha + \beta = \pi/4$. Учитывая это, получим

$$\frac{n_{\min}}{n_{\max}} = \operatorname{tg}^2\beta = \operatorname{tg}^2(\pi/4 - \alpha) =$$

$$= \left(\frac{1-\operatorname{tg}\alpha}{1+\operatorname{tg}\alpha}\right)^2 = \frac{1-\sin 2\alpha}{1+\sin 2\alpha} = \frac{1 - r\sqrt{2-r^2}}{1 + r\sqrt{2-r^2}} =$$

$$= \frac{1-(1-\tau_m)\sqrt{2-(1-\tau_m)^2}}{1+(1-\tau_m)\sqrt{2-(1-\tau_m)^2}} = \frac{1-(1-\tau_m)\sqrt{1+2\tau_m-\tau_m^2}}{1+(1-\tau_m)\sqrt{1+2\tau_m-\tau_m^2}}.$$

В.Погожев