если для некоторой точки M_1 ломаная оказалась замкнутой ($M_{2n+1} = M_1$), то она получится замкнутой при любом выборе точки M_1.

Н.Васильев

Ф1623. На гладком горизонтальном столе находится клин массой M с углом 45° при основании, на нем — клин такой же массы M с таким же углом, так что верхняя плоскость второго клина горизонтальна, а на ней лежит кубик массой m (рис.2). Всю конструкцию удерживают неподвижной. Какую скорость приобретет кубик через время τ после растормаживания системы? Трением пренебречь. Считать, что за указанный интервал времени характер движения не меняется.

З.Рафаилов

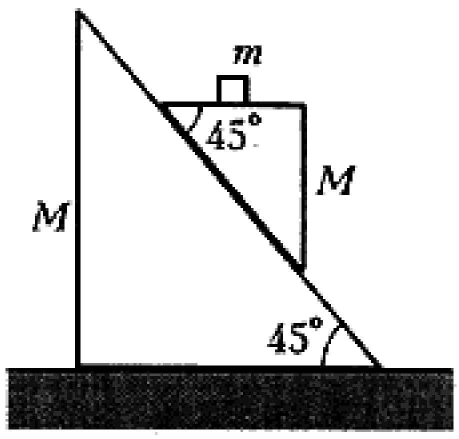


Рис.2

Ф1624. Два маленьких шарика массой M каждый находятся на расстоянии L друг от друга и в начальный момент имеют одинаковые по величине и противоположно направленные скорости v_0, перпендикулярные отрезку, соединяющему шарики. Никаких внешних сил нет. Учитывая гравитационное взаимодействие шариков, найдите максимальное расстояние между ними в процессе движения и минимальные скорости шариков.

Р.Шариков

Ф1625. В кубическом сосуде объемом $V = 1\ м^3$ находится гелий при температуре $T = 300$ К и давлении $p = 10^5$ Па. В стенке сосуда открывают отверстие площадью $S = 1\ см^2$ и через время $\tau = 0{,}01$ с закрывают. Снаружи — вакуум. Оцените изменение температуры газа в сосуде после установления в нем равновесия. Считайте, что открывание и закрывание отверстия производят очень аккуратно — не создавая лишних потоков газа.

А.Повторов

Ф1626*. В длинном прямом проводе диаметром d, сделанном из металла с удельным сопротивлением ρ, течет постоянный ток I_0. Известно, что необходимое для протекания тока электрическое поле в проводе создают поверхностные заряды. В некоторой точке поверхности плотность этих зарядов составляет σ_1. Найдите величину поверхностной плотности зарядов в другой точке поверхности — на расстоянии L вдоль провода от первой.

А.Зильберман

Ф1627. Конденсатор емкостью C подключают к параллельно соединенным катушкам, индуктивности которых L_1 и L_2 (рис.3). В начальный момент конденсатор не заряжен, через первую катушку течет ток I_0, ток второй катушки равен нулю. Найдите максимальный заряд конденсатора и максимальную величину тока в точке A.

Р.Александров

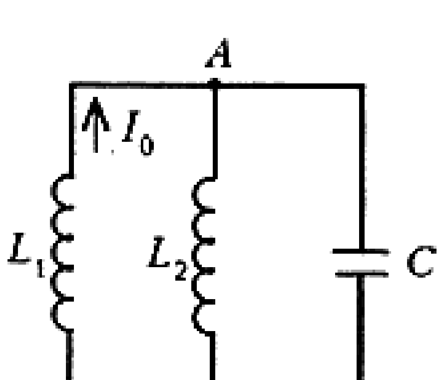


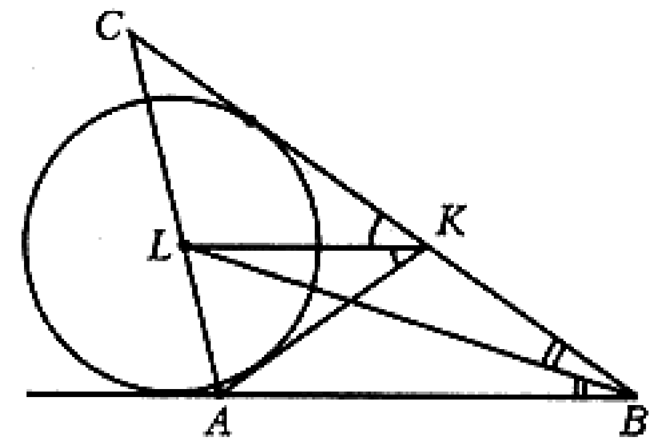
Рис.3

Решения задач М1591 — М1600, Ф1608 — Ф1612

Решения задач М1596, М1598 и М1600 будут опубликованы позже.

М1591. *В треугольнике ABC проведены биссектрисы BL и AK. Оказалось, что KL — биссектриса треугольника AKC. Найдите угол BAC.*

Ответ: $\angle BAC = 120°$. Точка L одинаково удалена от прямых AK, BC и AB, поскольку она лежит на



биссектрисах KL и BL углов AKC и ABC соответственно (см. рисунок). Другими словами, L — центр вневписанной окружности треугольника AKB. Значит, точка L лежит на биссектрисе внешнего угла A треугольника ABC. Вспомнив еще, что AK — биссектриса угла BAC, получаем, что лучи AL и AK делят полуплоскость, ограниченную прямой AB, на три равных угла: каждый составляет 60°.

С.Токарев

М1592. *Можно ли представить число 1997^{1997} в виде суммы кубов нескольких идущих подряд целых чисел?*

Ответ: нет.

Последовательно находим остатки, которые дают суммы кубов $S_3(n) = 1^3 + 2^3 + \ldots + n^3$ при делении на 7 (равенство $a \equiv b$ будет означать, что $a - b$ делится на 7):

$$S_3(0) = 0^3 \equiv 0,$$

$$S_3(1) = 1^3 \equiv 1,$$

$$S_3(2) = 1^3 + 2^3 \equiv 2,$$

$$S_3(3) = \left(1^3 + 2^3\right) + 3^3 \equiv 2 - 1 \equiv 1.$$

Так как $4^3 \equiv (-3)^3$, ..., то продолжение в скобках «зеркально» относительно второй единицы: (0, 1, 2, 1, 2, 1, 0). Следовательно, сумма нескольких последовательных кубов может давать в остатке 0, 1, 2, −1, −2. Но $1997 \equiv 2$, а $2^{1997} = 2^{1995} \cdot 2^2 = \left(2^3\right)^k \cdot 2^2 \equiv 1^k \cdot 4$. Противоречие.

А.Егоров

М1593. *Имеется набор гирек: а) 1, 2, 4, ... $2^8 = 256$ граммов, б) 1, 2, 4, ..., $2^9 = 512$ граммов. Разрешается класть гирьки на обе чашки весов. Какие грузы можно взвесить наибольшим числом способов?*

Будем решать задачу в общем виде: какую массу можно взвесить наибольшим числом способов, и каким именно, используя набор гирь 1, 2, 2^2, ..., 2^k (гири разрешается класть на обе чаши весов; мы не будем различать способы, отличающиеся переменой чашек). Обозначим через $S(k, m)$ число способов взвесить мас-