Таблица

Удар «средней силы»				
	m(кг)	h(м)	E_k(Дж)	F(кН)
М.	0,5	1,0	5	25
К.	10	1,0	100	100
Удар «со всего плеча»				
	L(м)	E_k(Дж)	F(кН)	
М.	40	100	100	
К.	20	1000	300	

горизонту, равна

$$L = \frac{v_0^2}{g}\sin 2\alpha = \frac{v_0^2}{g},$$

поэтому

$$E_k = \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mgL}{2}.$$

В таблицу мы записали оценки кинетической энергии обычного молотка (М.) и кувалды (К.) для ударов «средней силы» и «со всего плеча». Туда же мы занесли и вычисленные значения максимальной силы (F). Из таблицы видно, что даже при ударе «средней силы» силы вполне хватает. Аналогично обстоит дело и с другими гвоздями. «Запас силы» довольно значителен, особенно для гвоздей малых размеров, и в случае удара кувалдой «со всего плеча» на два порядка превышает максимальное значение силы сопротивления.

Справедливости ради отметим, что в действительности такие силы возникнут лишь в том случае, если гвоздь упирается в материал гораздо более жесткий, чем сталь. При забивании гвоздя в дерево фактически работают две последовательно включенные пружины: гвоздь и дерево.[1] Так что общая жесткость этой системы пружин равна

$$k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}.$$

Однако и в этом случае запас в силе существенный. Действительно, для учета смягчающего действия дерева оценим его жесткость формулой

$$k_2 = E_д R.$$

Возможность такой оценки видна из следующих рассуждений. Вообще говоря, «деревянная пружина» у нас очень странная — полупространство, заполненное деревом. Но при надавливании гвоздя существенным образом деформируется не все полупространство, а лишь полусферическая область вблизи острия гвоздя, которая больше похожа на стандартную пружину. Пространственный масштаб у нас один — радиус гвоздя R, поэтому естественно оценить длину этой области как R, а площадь как R^2. Отсюда и получается выписанная нами формула. Приняв модуль Юнга для дерева $E_д = 5\cdot10^{10}$ Па, для удара молотком «со всего плеча» по комбинированной пружине получим

$$F = 80 \text{ кН},$$

чего по-прежнему вполне достаточно.

Итак, с силой проблем нет.

Рассмотрим второй аргумент «против» — «энергии не хватит». В этом случае убедиться в обратном достаточно просто. Для того чтобы забить гвоздь, энергия молотка должна превышать значение

$$E_{min} = A_{тр} + E_{p1} + E_{p2},$$

где $A_{тр} = (F_0 + F_{max})l_0/2$ — работа против силы трения, E_{p12} — потенциальные энергии деформированных дерева и гвоздя. Первое слагаемое гораздо больше двух остальных. Например, для потенциальной энергии сжатия гвоздя можно записать

$$E_{p2} = \frac{\sigma^2}{2E}V \approx \frac{F_{max}}{SE}\frac{F_{max}}{2S}l_0 S \approx \frac{F_{max}}{SE}A_{тр} \ll A_{тр}.$$

Поэтому для забивания гвоздя достаточно, чтобы энергии молотка хватило для преодоления силы трения. Для эталонного гвоздя это составляет в случае ели 70 Дж, в случае бука — 400 Дж.

Таким образом, удара кувалдой должно хватить.

Так же оптимистично выглядят результаты расчета и для стандартных гвоздей (рис.5). В случае ели проблемы могут возникнуть лишь с вбиванием «двухсотки». Для бука энергии требуется побольше, но даже для «соток» соответствующие значения порядка 1000 Дж.

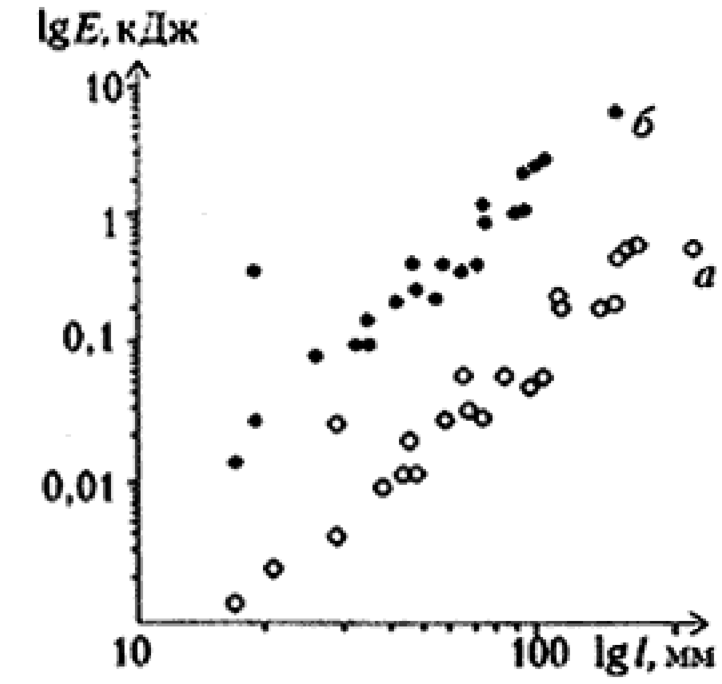

Рис.5. Энергии, необходимые для вдавливания гвоздей (а — ель, б — бук)

Последний и окончательный аргумент

Не обнаружив явных причин, запрещающих вбивать гвозди с одного удара, мы вернулись к эксперименту. Стали забивать гвозди, не жалея сил. И очень скоро все прояснилось. То, что раньше мы списывали на неудачу — при сильном ударе гвозди не забивались в бук, а просто гнулись, — и есть главное. Научное название этого эффекта — неустойчивость Эйлера.

Обычно неустойчивость Эйлера демонстрируют следующим образом. Пусть на шарнирно закрепленный стержень действует сила F (рис.6). Пока эта сила невелика, гвоздь прекрасно выдерживает нагрузку. Но как только сила превысит критическое значение

$$F_{кр} = \frac{\pi^2 EI}{l^2},$$

стержень становится неустойчивым. Малейший его изгиб начинает катастрофически расти с ростом силы, и стержень ломается. (Такое поведение стержня само по себе удивительно. Оно совсем не похоже на обычное поведение упругих тел, к которому мы привыкли, — деформации постепенно увеличиваются с ростом приложенной силы. Обсуждение причины этого увело бы нас в сторону, поэтому ограничимся лишь замечанием, что связано это с экстремальным свойством отрезка прямой — он короче любой другой линии, соединяющей две точки.)

Величины, входящие в выражение для критической силы, могут быть

[1] *«Справедливости ради» отметим, что молоток — тоже колебательная система, и время прохождения волны вдоль молотка и обратно сильно влияет на качество удара. Так что у нас не две пружины, а три. Кроме того, конец гвоздя при каждом ударе углубляется в дерево, и сила сопротивления при этом меняется слабо. Поэтому дерево не совсем пружина. Но при численных оценках «с запасом» эти факторы не очень существенны. (Прим. ред.)*