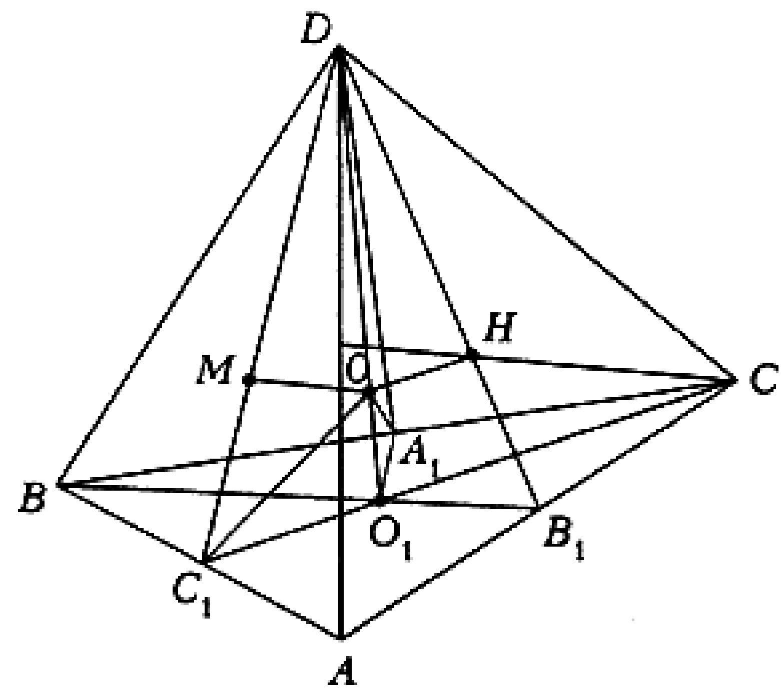

Рис. 8

ABC под углом 2φ. Отсюда следует, что проекция O' точки D на плоскость ABC равноудалена от AB, BC и CA и, учитывая то, что точки O' и C лежат по одну сторону от AB, O' и B — от AC, O' и A — от BC, получаем, что $O' = O_1$, т.е. DO_1 — высота тетраэдра.

Поскольку $AB \perp O_1C_1$ и $AB \perp DO_1$, то $AB \perp DO_1C_1$. Опустим из точки O перпендикуляры OH_1 и OM_1 на DB_1 и DC_1. Тогда $OH_1 \perp ADC$, так как $OH_1 \perp DB_1$ и $OH_1 \perp AC$ ($AC \perp DO_1B_1$). Значит, $H_1 = H$, т.е. $H \in DB_1$. Аналогично, $OM_1 \perp ADB$, т.е. $M_1 = M$ и, значит, $M \in DC_1$. Итак, прямая DM — одновременно медиана и высота ΔADB, значит, $AD = DB$. Тогда $AO_1 = BO_1$, следовательно, $AC = BC$ и точки C, O_1, C_1 лежат на одной прямой.

По теореме о трех перпендикулярах $CO \perp AD$ ($OH \perp ADC$ и $CH \perp AD$), кроме того, $CO \perp AB$ ($AB \perp CDC_1$), поэтому $CO \perp ADB$. Но $OM \perp ADB$, значит, точка O лежит на CM. Отсюда следует, что M — центр окружности, вписанной в ΔADB (основание конуса с вершиной C, описанного около сферы, — вписанная в ΔADB окружность). Рассмотрим ΔCDC_1. В нем DO_1 и CM — высоты, C_1O — биссектриса, значит, $C_1D = C_1C$, откуда $C_1O_1 : O_1C = C_1M : MD = 1 : 2$. Центры вписанных окружностей ΔABC и ΔADB являются точками пересечения медиан, поэтому ΔABC и ΔADB — равносторонние.

Отсюда, учитывая то, что высота пирамиды попадает в центр основания ABC, получаем, что тетраэдр — правильный.

XXXI ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО ФИЗИКЕ

Теоретический тур

9 класс

1. $u > \sqrt{v_0^2 - 2gH}$. **2.** $l = v_0^2/(6\mu g)$. **3.** $\tau = 42$ с.

4. В зависимости от порядка включения резисторов в цепь амперметр A_1 будет показывать либо 4,8 А, либо 5 А.

10 класс

1. 1) $r = r_0 + mg/\left(4\pi^2 k \operatorname{tg}\alpha\right)$; 2) $\omega = \pi\sqrt{2k/m}$.

2. Сила натяжения максимальна в точке A и равна

$$T_{\max} = mg\left(H^2 + l^2\right)/(2HL).$$

3. 1) $x \approx 0{,}45\%$; 2) $\rho_1/\rho_2 \approx 2{,}9$.

4. $r_0 = \dfrac{r}{2} + \sqrt{\dfrac{r^2}{4} + Rr}$, $\mathcal{E}_0 = \mathcal{E} r_0/r$.

5. 1), 2) См. рис.9; 3) если предметом является маленькая стрелка, то линза собирающая, а если большая — то рассеивающая.

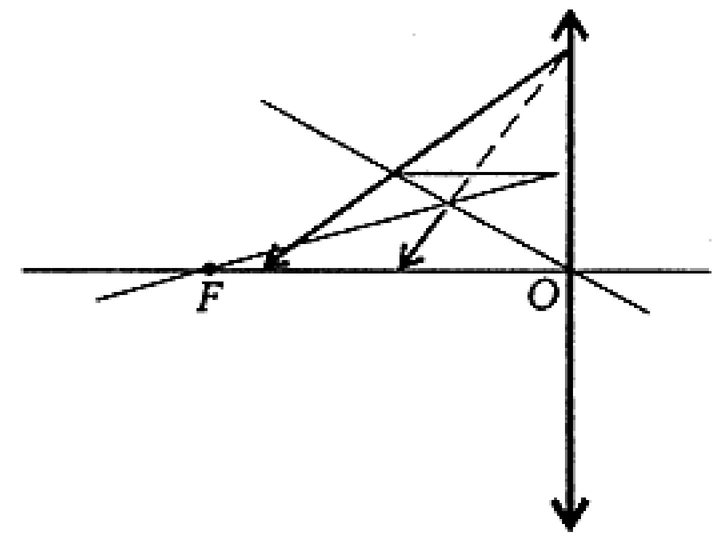

Рис. 9

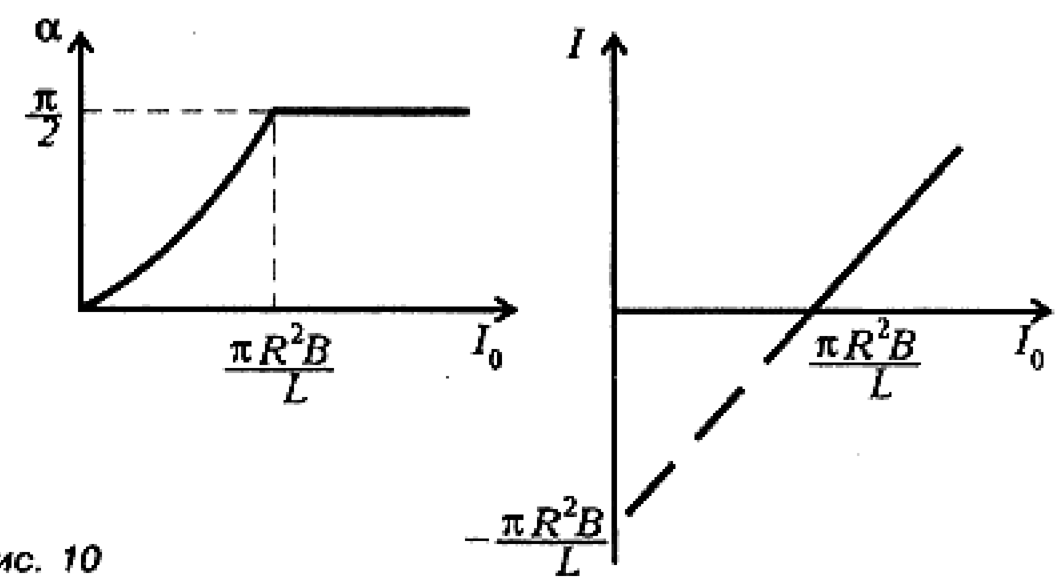

Рис. 10

11 класс

1. 1) $\Delta x = \Delta x_0/2$;

2) $T = 2\pi\sqrt{(m + M/3)\Delta x_0/(Mg)}$.

2. 1) Шарик *1* окажется на оси вращения, шарик *2* останется на своем месте, а шарик *3* упрется в боковую стенку цилиндра;

2) $F_1 = 4\pi\rho_0 r^3 g/3$, $F_2 = 4\pi\rho_0 r^3\sqrt{g^2 + \omega^4 R^2/4}\,/3$,

$F_3 = 4\pi\rho_0 r^3\sqrt{g^2 + \omega^4 R^2}\,/3$.

3. 1), 2) См. рис.10;

3) $A = \pi R^2 B\left(I_0 - \pi R^2 B/(2L)\right) + 2MgR$.

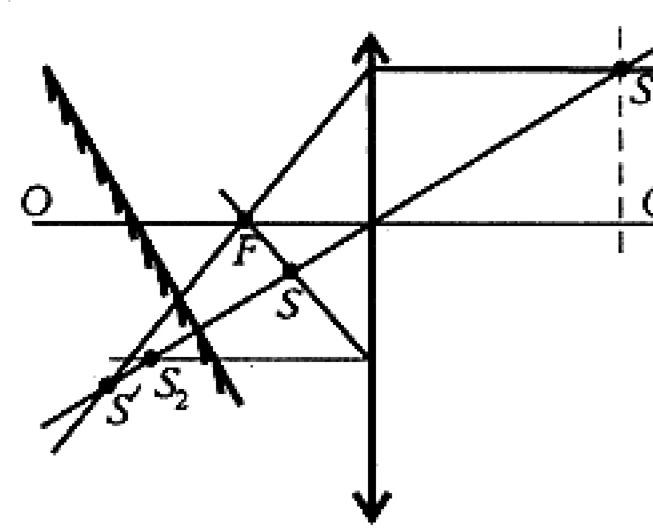

Рис. 11

4. 1) $U_0 = \sqrt{2Mgd^2/(\varepsilon_0 S)}$; 2) $v = \sqrt{2gd}$.

5. См. рис.11.

ПЕРВЫЕ МЕЖДУНАРОДНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ СОРЕВНОВАНИЯ САМАНЙОЛУ КОЛЛЕДЖА В ТУРЦИИ

1. Разобьем числа 1, 2,..., 1996 на пары: {1; 1996}, {2; 1995}, ..., {998; 999}. Сумма чисел в каждой такой паре равна 1997, при этом найдется по крайней мере n пар таких, что оба числа пары принадлежат выбранному множеству. Сумма всех чисел из этих пар равна $1997n$.

2. Возможны два случая расположения точки P на прямой AC. Рассмотрим первый случай, когда P лежит на стороне