Неравенство $t_2 \ge 0$, т.е. неравенство $a^2 - \frac{1}{2}\sqrt{2a^4+2} \ge 0$, дает, что $|a| \ge 1$. Тем самым, из первого, второго и четвертого условий первой системы совокупности (4) заключаем, что $1 \le a \le 2$. Покажем, что при таких значениях a выполняется также и неравенство $1 - a + t_2 \ge 0$. Для этого нужно показать, что

$$a^2 - a + 1 \ge \frac{1}{2}\sqrt{2a^4+2} \text{ при } 1 \le a \le 2. \quad (5)$$

Возводя в квадрат неравенство (5), получаем после упрощений эквивалентное неравенство $a^4 - 4a^3 + 6a^2 - 4a + 1 \ge 0$, левая часть которого равна $(a-1)^4$. Поскольку $(a-1)^4 \ge 0$ при всех a, неравенство (5) также справедливо при всех a. Отсюда следует, что решениями первой системы совокупности (4) являются все значения a такие, что $1 \le a \le 2$. Итак, если $1 \le a \le 2$, то для u получаем два значения: $u_1 = z_1$, $u_2 = z_2$, где

$$z_1 = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}\sqrt{a^2 - 4t_2},$$

$$z_2 = \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}\sqrt{a^2 - 4t_2}$$

— корни уравнения $p(z) = 0$.

Рассмотрим вторую систему совокупности (4). Она, в свою очередь, равносильна совокупности систем

$$\begin{cases} |a| \le 2\sqrt{2}, \\ a - 1 \ge 0, \\ 0 \le t_2 \le a - 1, \end{cases} \quad \begin{cases} |a| \le 2\sqrt{2}, \\ a - 1 \le 0, \\ a - 1 \le t_2 \le 0. \end{cases}$$

Из неравенства (5) следует, что $1 - a + t_2 \ge 0$; поэтому из первой системы этой совокупности находим, что $t_2 = a - 1$ и, тем самым, $a = 1$ и $t_2 = 0$, что не добавляет ничего нового по сравнению с ранее изученным.

Из первых двух неравенств второй системы находим, что $-2\sqrt{2} \le a \le 1$. Кроме того, так как $t_2 \le 0$, то $|a| \le 1$ (см. выше); следовательно, интересующая нас система равносильна следующей:

$$\begin{cases} |a| \le 1, \\ a - 1 \le t_2. \end{cases}$$

При этом неравенство $a - 1 \le t_2$ справедливо. Поэтому из этой системы находим, что $|a| \le 1$. Следовательно, если $|a| \le 1$, то для u имеется только одно значение — неотрицательный корень уравнения $z^2 - az + t_2 = 0$, т.е. $u = z_2$ (напомним, что $t_2 \le 0$; поэтому $z_1 z_2 \le 0$).

Итак, объединяя полученные результаты, имеем:

если $1 < a \le 2$, то $x = z_1^2$, $x = z_2^2$;
если $a = 1$, то $x = 0$;
если $-1 \le a < 1$, то $x = z_2^2$;

при остальных значениях a уравнение (1) корней не имеет.

Как отмечалось выше, разнообразие задач с параметрами очень велико. Их решение требует достаточно высокой аналитической культуры и построения строгой логической конструкции их решения.

В заключение отметим старую истину: для того чтобы научиться решать задачи, нужно... их решать!

ИНФОРМАЦИЯ

VII САХАРОВСКИЕ ЧТЕНИЯ

Научная конференция школьников «VII Сахаровские чтения» проходила 20–23 мая в лицее «Физико-техническая школа» Санкт-Петербурга в шести секциях: физика, математика, биология, история, литературоведение, программирование. После предварительного рецензирования представленных докладов (более 250) в программу конференции вошло около 170 докладов по всем секциям. В конференции приняли участие школьники 8 – 11 классов из России, Украины и США. Открытие и закрытие конференции проходило в конференц-зале старейшего российского Физико-технического института им. А.Ф.Иоффе РАН. Открывали конференцию член-корреспондент РАН Ю.С.Васильев и главный ученый секретарь СПбНЦ РАН профессор Э.А.Тропп, которые рассказали о творческом пути А.Д.Сахарова, о месте науки в жизни общества.

На секции физики было рассмотрено 32 доклада, среди которых 19 было представлено в виде стендовых сообщений.

Все участники, включенные в программу конференции, получили дипломы участников «Сахаровских чтений», а лучшие работы, доложенные на конференции, были отмечены призами. Лучшими были признаны следующие работы:

— *Моисеевой Ирины* (гимназия №1, Самара, 10 кл.) «Голографическая интерферометрия. Анализ вибрирующего тела с использованием голографической интерферометрии»;

— *Ельцова Александра* (лицей ФТШ, Санкт-Петербург, 11 кл.) «Исследование динамики транспортного барьера и особенностей L-H перехода в токомаках»;

— *Альтмана Станислава, Бакулина Евгения и Коковина Станислава* (школа-лицей №18, Калининград, 11 кл.) «Способы получения радужных голограмм, их серийное производство и применение»;

— *Фатова Михаила* (Специализированный учебно-научный центр МГУ, Москва, 11 кл.) «Компьютерное моделирование процесса ионного распыления поверхности с переменной кривизной».

Секция математики конференции выглядела скромнее — в ней приняли участие около 30 школьников. Однако все 12 заслушанных докладов произвели на жюри весьма хорошее впечатление.

Жюри отметило доклады *Анастасии Ставровой* (школа №113, Санкт-Петербург) «Некоторые свойства умножения Дирихле на множестве мультипликативных функций», *Дарьи Панченко* (гимназия №32, Калининград) «Когда сумма нескольких натуральных чисел равна их произведению», *Антона Васильева* (школа-лицей №18, Калининград) «О суммах последовательных квадратов», *Олега Паранонова* (школа №610, Санкт-Петербург) «Бифуркации циклов для отображения $f(x) = \lambda x(1-x)$».

На «Сахаровских чтениях» не принято присуждать докладчикам первых, вторых и т.д. мест. И это разумно. Ведь истинной целью конференции является научное общение юных участников друг с другом и со старшими коллегами. А соревнований — олимпиад и конкурсов — и без того предостаточно.

Участникам конференции была предложена интересная культурная программа, включающая экскурсии по городу и посещение театров. Организаторы конференции, руководители и члены жюри приняли участие в работе круглого стола, на котором обсуждались проблемы научного творчества школьников и формы организации научных конференций.

А.Егоров, В.Лобышев