пульса в проекциях на горизонтальное направление:

$$Mu = m(\omega R\cos\varphi - u)$$

и закон сохранения энергии:

$$mgR(1-\cos\varphi) = \frac{Mu^2}{2} + \frac{M\omega^2R^2}{2}$$

(мы пренебрегли энергией маленькой массы, поскольку она движется вместе с другими точками массивного обруча). Для нахождения максимальной скорости центра обруча выразим его угловую скорость из первого уравнения и подставим во второе уравнение, а затем выразим скорость центра обруча через угол поворота и найдем максимум, приравняв нулю его производную по углу. Учитывая малость отношения масс, получим

$$u^2 = 2\delta^3 gR\cos^2\varphi(1-\cos\varphi).$$

Не будем извлекать корень, а найдем максимум квадрата скорости — это достигается при $\cos\varphi = 2/3$. Соответствующее значение максимальной скорости центра обруча составит

$$u_0 = \sqrt{\frac{8\delta^3 gR}{27}}.$$

Максимальное значение угловой скорости обруча соответствует углу поворота $\varphi = 180°$:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{4\delta g}{R}}.$$

С максимальным смещением центра обруча дело обстоит сложнее. В условии задачи сказано просто о малом толчке, но если при этом скорость центра масс выведенной из равновесия системы равна нулю, то мы можем посчитать максимальное смещение центра. В противном случае стоит подождать подольше, и обруч уедет на любое сколь угодно большое расстояние. Рассмотрим случай нулевой скорости центра масс. Максимальное смещение соответствует самому правому положению малой массы, при этом $\varphi = 90°$ и смещение массы m относительно центра обруча равно R. Обозначив смещение x, получим

$$Mx = m(R-x),$$

откуда

$$x = \frac{mR}{M+m} \approx \delta R.$$

Р.Александров

Ф1601. *Небольшое тело прикреплено к невесомому жесткому обручу радиусом R. Обруч удерживают в положении, показанном на рисунке 1. На каком расстоянии от вертикальной стенки тело коснется горизонтальной плоскости после освобождения обруча? Трением пренебречь.*

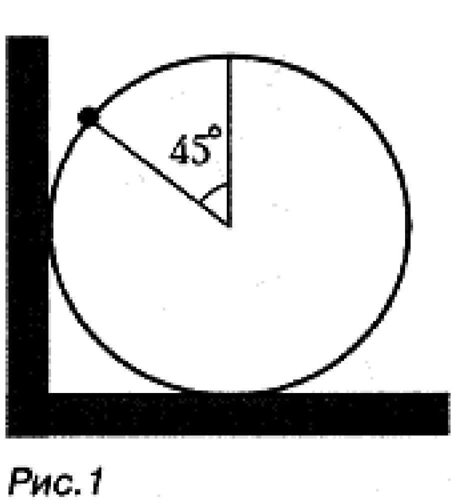

Рис.1

Так как обруч имеет нулевую массу, после освобождения системы ни со стороны стенки, ни со стороны пола на обруч не будут действовать силы и груз будет падать с ускорением g. (Это легко понять, поскольку, если бы силы возникали, их моменты приводили бы к бесконечному угловому ускорению обруча относительно оси, проходящей через точку прикрепления к нему груза.) Когда груз, поворачивая обруч, долетит до точки B (рис.2), произойдет ударное взаимодействие груза — через обруч — со стенкой и полом. Действующие со стороны стенки и пола ударные силы будут равны по величине и пройдут через центр обруча (только в момент удара становится существенным, что нет трения). Поскольку удар абсолютно упругий, величина скорости не меняется. Ударные силы не могут изменить и тангенциальную (по отношению к обручу) составляющую скорости груза, нормальная же составляющая изменяет свое направление на противоположное. В результате после удара скорость груза в точке B будет горизонтальной. Дальнейшее его движение можно рассматривать как полет горизонтально брошенного тела, поскольку сила со стороны пола будет возникать лишь в моменты касания груза с полом. Расчет расстояния от точки O до точки D первого касания груза с полом не представляет сложности:

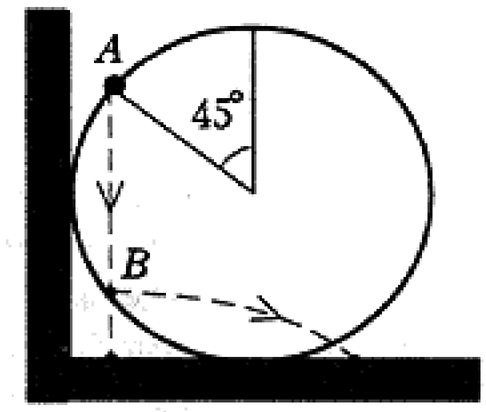

Рис.2

$$OD = OC + CD,\ OC = R\left(1-\sqrt{2}/2\right),$$

$$CD = vt = \sqrt{2\sqrt{2}gR}\sqrt{\frac{R\left(2-\sqrt{2}\right)}{g}} = 2R\sqrt{\sqrt{2}-1},\ OD \approx 1{,}6R.$$

М.Бакунов, С.Бирагов

Ф1602. *Сосуд объемом 5 литров с жесткими стеклянными стенками соединен короткой жесткой трубкой с горлышком литровой пластиковой бутылки из-под газированной воды — ее тонкие стенки практически нерастяжимые, но довольно мягкие. В системе из двух сосудов находится неизменное количество воздуха. Воздух понемногу охлаждают, измеряя его давление. Вплоть до температуры +50 °С давление в системе уменьшалось, а начиная с этой температуры перестало уменьшаться. При какой температуре давление снова начнет уменьшатся? Атмосферное давление остается постоянным.*

Решение этой задачи совсем простое. Ясно, что вначале давление в сосудах превышало атмосферное и общий объем системы составлял 6 л (банка плюс бутылка). Когда давление при охлаждении достигает атмосферного, бутылка «сминается» и объем системы становится меньше. Давление в системе снова начнет падать после того, как объем бутылки упадет до нуля и общий объем системы станет равным 5 л. Это будет при температуре

$$T_2 = \frac{5}{6}T_1 = \frac{5}{6}\cdot 323\text{K} \approx 269\text{K} = -4\ °\text{C}.$$

С.Варламов

Ф1603. В *калориметре в воде плавает кусок льда. Опускаем в калориметр нагреватель постоянной мощности 50 Вт и начинаем каждую минуту измерять температуру воды. За первую минуту темпе-*