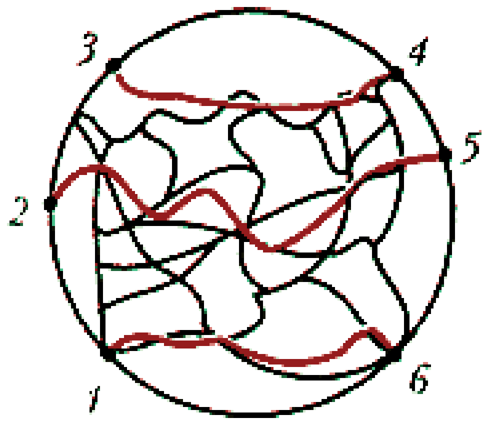

Рис.2

вило: скажем, меняем хвосты $1 \to i$ и $2 \to j$.) Заметим, что четность отображения $1 \to i$, $2 \to j$, $3 \to j$ при перемене хвостов меняется. Таким образом, имеется взаимно однозначное соответствие между четными и нечетными тройками путей, имеющих общие точки. Остается заметить, что (рис.2) любой тройке не имеющих общих точек путей соответствует нечетное отображение $1 \to 6$, $2 \to 5$, $3 \to 4$. Значит, нечетных троек больше. Отсюда следует неравенство пункта б) задачи.

С.Фомин, Н.Васильев

Ф1598. *Вдали от всех тел, в глубинах космоса движется летающая тарелка. Скорость ее в некоторый момент равна v_0. Пилот хочет произвести маневр, в результате которого вектор скорости повернется на 90° и составит по величине v_0, как и до начала маневра. Ускорение тарелки при маневре не должно превышать заданной величины a. Найдите минимальное время маневра. Чему будет равно минимальное смещение тарелки за это время?*

Изменение вектора скорости можно найти, сравнивая начальную и конечную скорости тарелки — этот вектор направлен под углом 135° к начальной скорости и равен по величине $v_0\sqrt{2}$. Ясно, что минимальное время маневра при ограниченном значении ускорения составит

$$\tau = v_0\sqrt{2}/a.$$

Вопрос о смещении за время маневра поставлен в задаче неудачно. Если нужно найти *минимальное* смещение, то оно равно нулю — можно сделать так, чтобы к моменту смены направления скорости оказаться в прежней точке. А вот если нас интересует смещение во время маневра, при котором *время оказывается минимальным*, тогда можно немного посчитать. Задача легко сводится к вычислению дальности полета тела, брошенного со скоростью v_0 под углом 45° к горизонту, при величине ускорения свободного падения a:

$$l = v_0^2/a.$$

З.Рафаилов

Ф1599. *Два стержня длиной L каждый соединены шарнирно (см. рисунок). Свободный конец одного из стержней шарнирно закреплен, а свободный конец другого стержня начинают двигать с постоянной по величине и направлению скоростью $\vec{v}_0$, причем в начальный момент вектор скорости параллелен биссектрисе угла 2α, составленного стержнями в этот момент. Найдите величину и направление вектора ускорения шарнира, соединяющего стержни, через очень маленький отрезок времени после начала движения.*

Шарнир, находящийся в вершине угла, движется по окружности с центром в точке закрепления системы. Обозначим его скорость u. Проекции скоростей на направление правого стержня должны быть равны между собой (нерастяжимость стержня):

$$u\sin 2\alpha = v_0\cos\alpha.$$

Теперь мы можем записать выражение для центростремительного ускорения интересующего нас шарнира:

$$a_ц = \frac{u^2}{L} = \frac{v_0^2}{4L\sin^2\alpha}.$$

Полное ускорение шарнира представим в виде суммы двух векторов — один из них a_1 направим против вектора v_0, а другой a_2 направим перпендикулярно ему влево. Тогда можно записать

$$a_1\cos\alpha + a_2\sin\alpha = a_ц = \frac{v_0^2}{4L\sin^2\alpha}.$$

Перейдем в систему отсчета, связанную с концом правого стержня, который движется с постоянной скоростью v_0. В этой системе верхний шарнир снова движется по окружности, только ее центр находится в упомянутой точке. После несложных тригонометрических преобразований можно убедиться, что скорость шарнира и в этом случае равна $v_0\cos\alpha/\sin 2\alpha = v_0/(2\sin\alpha)$, а центростремительное ускорение по величине осталось прежним, но изменилось по направлению. Теперь его можно выразить через введенные выше ускорения так:

$$a_1\cos\alpha - a_2\sin\alpha = a_ц = \frac{v_0^2}{4L\sin^2\alpha}.$$

Отсюда сразу следует, что $a_2 = 0$, а полный вектор ускорения верхнего шарнира в интересующий нас момент направлен против вектора v_0 (по биссектрисе) и равен

$$a = a_1 = \frac{v_0^2}{4L\sin^2\alpha\cos\alpha}.$$

А.Зильберман

Ф1600. *На гладкой горизонтальной поверхности стола стоит обруч радиусом R и массой M. Обруч пытались перепилить, однако дело не было доведено до конца. Масса удаленных опилок составила m, размер поврежденной области очень мал по сравнению с радиусом обруча. В начальный момент поврежденное место находится точно внизу, и от совсем малого толчка обруч выходит из состояния равновесия. Найдите максимальное смещение центра обруча и его максимальную угловую скорость. Найдите также максимальную скорость центра обруча. Считайте, что обруч все время остается в вертикальной плоскости.*

Положим $m/M = \delta \ll 1$. Для упрощения расчетов вернем на место удаленные опилки, а в диаметрально противоположной точке добавим массу m. Пусть скорость центра обруча в некоторый момент u, угол поворота φ и угловая скорость ω. Запишем закон сохранения им-