2. Выясните, не используя калькулятор, какое число больше:

$$\sqrt{1996}+\sqrt{1998} \text{ или } 2\sqrt{1997}\,?$$

3. Можно ли занумеровать ребра куба числами 1, 2, 3, ..., 12 так, чтобы для каждой вершины сумма номеров трех ребер, выходящих из нее, была одной и той же?

4. На шахматной доске 8×8 в некотором порядке расставлены 19 коней. Докажите, что из них можно выбрать 10 коней так, чтобы никакие два из выбранных не били друг друга.

5. Пусть O — точка пересечения диагоналей выпуклого четырехугольника $ABCD$. Известно, что периметры треугольников AOB, BOC, COD и DOA равны. Докажите, что $ABCD$ — ромб.

6. Семь грибников собрали вместе 100 грибов, причем все они собрали разное число грибов. Докажите, что среди них найдутся трое, собравших вместе не меньше 50 грибов.

10 КЛАСС

1. При каких целых x число x^2+6x+8 простое? (Целое число $a\neq\pm1$ называется простым, если его положительными делителями могут быть только числа 1 и $|a|$.)

2. Внутри остроугольного треугольника ABC взята такая точка P, что $\angle APB=\angle ACB+60°$, $\angle BPC=\angle BAC+60°$, $\angle CPA=\angle CBA+60°$. Докажите, что продолжения отрезков AP, BP, CP за точку P пересекают описанную вокруг треугольника ABC окружность в точках, являющихся вершинами правильного треугольника.

3. Найдите наименьшее значение многочлена $x(x+1)(x+2)(x+3)$.

4. Докажите, что круги, построенные на сторонах произвольного четырехугольника как на диаметрах, целиком его покрывают.

5. Дробь $\frac{16}{64}$ можно «сократить» зачеркиванием шестерок: $\frac{1\cancel{6}}{\cancel{6}4}=\frac{1}{4}$. Найдите все дроби с таким свойством, числитель и знаменатель которых двузначные числа.

6. Докажите, что, как бы мы ни сложили квадрат 8×8 из 32 костей домино 1×2, всегда найдутся две из них, образующие квадрат 2×2.

11 КЛАСС

1. В круге радиусом R расположены три попарно непересекающихся круга. Докажите, что сумма их радиусов не превосходит $\frac{3}{2}R$.

2. Решите уравнение

$$\sqrt{x-2\sqrt{x-1}}-\sqrt{x+3-4\sqrt{x-1}}=1.$$

3. Углы треугольника ABC удовлетворяют соотношению

$$\frac{\sin^2 A}{\sin^2 B}=\frac{\operatorname{tg} A}{\operatorname{tg} B}.$$

Докажите, что треугольник либо равнобедренный, либо прямоугольный.

4. Докажите, что многочлен

$$(x-a)(x-b)+(x-b)(x-c)+(x-c)(x-a)$$

имеет действительные корни при любых действительных значениях a, b и c.

5. Купил Роман раков, вчера мелких по цене 510 рублей за штуку, а сегодня по 990, но очень крупных. Всего на раков он истратил 25200 рублей. Из них переплаты из-за отсутствия сдачи в сумме составили от 160 до 200 рублей. Определите, сколько купил Роман раков вчера и сколько сегодня.

6. В клетках таблицы 10×10 расставлены числа от 1 до 100 по одному в каждой клетке так, что числа в каждой строке возрастают слева направо. Найдите минимальное и максимальное возможные значения, которые может принимать сумма чисел, стоящих в пятом столбце таблицы. Дайте обоснование полученным результатам.

ИТОГИ МЕЖОБЛАСТНОЙ ЗАОЧНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ОЛИМПИАДЫ

В ноябре — декабре 1996 года Всероссийская школа математики и физики «АВАНГАРД» совместно с Министерством общего и профессионального образования РФ и при участии журнала «Квант» провела Межобластную заочную математическую олимпиаду для школьников 6 — 10 классов (информация о школе и об олимпиаде была опубликована в «Кванте» №5, 6 за 1996 год). В олимпиаде приняли участие более девяти тысяч школьников из различных регионов России и стран СНГ. Следует отметить большую активность и высокий уровень работ участников. По результатам олимпиады дипломами первой степени награждены 86 школьников (полный список награжденных опубликован в газете «Первое сентября»). Среди них 38 шестиклассников, 10 семиклассников, 12 восьмиклассников, 11 девятиклассников и 15 десятиклассников.

Абсолютными победителями олимпиады стали

по 6 классам — Калязина Д. (ученица 5 кл.), г.Тверь,

по 7 классам — Старков А., г.Самара,

по 8 классам — Скопенков М., г.Саратов,

по 9 классам — Мельникова С., п.Лопарево Костромской обл.,

по 10 классам — Родионов Т., г.Ростов-на-Дону.

Наиболее интересные и оригинальные работы, по мнению Оргкомитета олимпиады, представили

по 6 классам — Дремов Д. (ученик 3 кл.), г.Волгодонск,

Сатарин А., г.Подольск,

Бахтин Н., г.Новочеркасск,

Энун И., г.Губкин,

Медведева К., г.Чайковский,

Анисимков А., п.Демянск Новгородской обл.;

по 7 классам — Самодуров А., г.Воронеж,

Усанов В., г.Армавир,

Лонин И., г.Мончегорск,

Попова Ю., с.Плеханово Липецкой обл.,

Алексеенко И., ст.Березанская Краснодарского кр.;

по 8 классам — Иванников Н., г.Старый Оскол,

Таровская Т., г.Самара,

Сорогина Т., г.Воронеж,

Новиков Г., г.Курск;

по 9 классам — Тутушкин В., г.Псков,

Ефремов Е., г.Курск

Губанов В., г.Курск

Шиман М., г.Шебекино,

Бабенко М., г.Саратов;

по 10 классам — Черняховский О., г.Новгород,

Михаскив Д., г.Архангельск,

Старенкова Т., г.Ростов-на-Дону,

Федосова А., г.Воронеж,

Гусев Д., г.Пенза.

Все абсолютные победители награждаются подпиской на журнал «Квант» на 1997 год. Более 50 школьников, приславших наиболее интересные и оригинальные решения и награжденные дипломами первой степени, по решению Оргкомитета олимпиады приглашены на очередную Межгосударственную научно-практическую конференцию школьников. Дипломанты олимпиады — девятиклассники и десятиклассники, — успешно окончившие 11 класс школы «АВАНГАРД», получат дополнительные льготы при поступлении в Московский инженерно-физический институт.

Адрес школы «АВАНГАРД»: 115551 Москва, Ореховый б-р, д.11, кор.3.