Если мяч вращается против часовой стрелки, то по аналогии с рассмотренным частным случаем можно написать

$$v_x(t) = v_{x0} - \frac{\mu}{m}\int_0^t N(t)\,dt,$$

$$\omega(t) = -\omega_0 + \frac{\mu R}{I}\int_0^t N(t)\,dt.$$

Действуя так же, как и раньше, можно найти критическое значение коэффициента трения:

$$\mu_к = \frac{(v_{x0} + \omega_0 R)\gamma}{2v_0(\gamma+1)},$$

x-составляющую скорости мяча и угловую скорость его вращения после отскока при $\mu \geq \mu_к$:

$$v_x = v_x(\tau) = \frac{v_{x0} - \omega_0 R\gamma}{\gamma+1},$$

$$\omega = \omega(\tau) = \frac{v_{x0} - \omega_0 R\gamma}{R(\gamma+1)}.$$

Мы не будем приводить соответствующие формулы для случая $\mu \leq \mu_к$ — при желании вы сможете вывести их сами.

Пришло время выяснить, насколько полученные нами формулы соответствуют опыту. Для этого было проделано два эксперимента.

Эксперимент 1. Мяч катится по горизонтальному столу со скоростью несколько метров в секунду, ударяется о вертикальную стену и отскакивает от нее (рис.2). Мяч — сплошной шар,

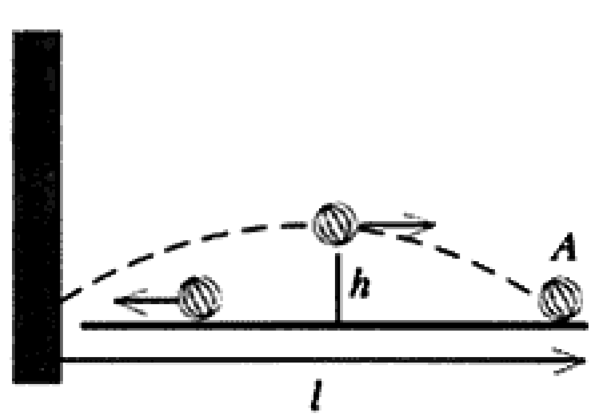

Рис. 2

обладающий очень хорошим отскоком (при падении без начальной скорости на твердое основание с высоты h он подпрыгивает на высоту, большую чем $0{,}8h$, т.е. его скорость меняется меньше чем на 10%). Диаметр мяча 3,5 см, край стола отодвинут от стены на 2,7 см. Отскочив от стены, мяч перелетает через планку, высота которой над столом может варьироваться. Планка располагается приблизительно посередине между стеной и точкой стола A, в которой мяч после отскока падает на стол.

Если расстояние от стены до точки A равно l и при этом мяч перелетел (с небольшим запасом) через планку, установленную на высоте h, то угол отскока α_1 находится из уравнения $\operatorname{tg}\alpha_1 = 4h/l$. В разных измерениях l изменялось в пределах 1 – 1,7 м. Результат: $\alpha_1 = 30^\circ$, возможная ошибка: $1{,}5-2^\circ$.

Сразу бросается в глаза существенное расхождение между расчетом и результатом эксперимента. Если даже принять во внимание, что горизонтальная составляющая скорости за счет неидеально упругого столкновения уменьшается на 10%, то предсказание все равно драматически отличается от результатов эксперимента. Влияние щели между столом и стеной, которая оставлена, чтобы избежать одновременного взаимодействия мяча со стеной и столом, на угол отскока незначительно (меньше одного градуса). Неучтенный в расчете эффект силы тяжести мал, да к тому же он только уменьшил бы угол отскока. В чем же дело? Прежде чем попытаться ответить на этот вопрос, давайте посмотрим, насколько соответствует наш расчет второму эксперименту.

Эксперимент 2. Такой же, как и в эксперименте 1, мяч подвешен на тонкой нити длиной 130 см так, что он едва касается вертикальной стены в некоторой точке O. Мяч отводим от положения равновесия приблизительно на 60 см, устанавливаем над точкой, координаты которой относительно стены и точки O измерены, и отпускаем. Угол падения, следовательно, мы знаем. Для того чтобы измерить угол отражения, достаточно повторить опыт несколько раз и подобрать такое положение вертикального стерженька, чтобы мяч пролетел как раз над ним. Измерив координаты этого стерженька, можно найти угол отражения α_1 после первого отскока. Точно так же измеряется угол α_2 — угол отражения после второго удара о стену. Заметим, что, хотя крутящий момент нити невелик (нить тонкая), следует время от времени давать ей возможность раскрутиться.

Рассчитаем углы первого и второго отскоков мяча от стены. Перед столкновением со стеной мяч не вращался ($\omega_0 = 0$) и мяч сплошной ($\gamma = 2/5$), поэтому после первого столкновения

$$\operatorname{tg}\alpha_1 = \frac{5}{7}\operatorname{tg}\alpha_0,\quad v_{x1} = \frac{v_{x0}}{\gamma+1},$$

$$\omega_1 = \frac{v_{x0}}{R(\gamma+1)}.$$

Отскочив от стены, мяч вскоре снова вернется к стене, изменив знак x-составляющей скорости, а направление его вращения, конечно, останется прежним. Для угла второго отскока получим

$$\operatorname{tg}\alpha_2 = \frac{15}{49}\operatorname{tg}\alpha_0.$$

Численные значения рассчитанных и измеренных углов (в градусах) приведены в таблице:

α_0	α_1		α_2	
	рассчит.	экспер.	рассчит.	экспер.
58,2	49,0	42	26,2	–31
46	36,5	30	17,6	–20
30	22,4	21	10,0	–9

Знак «–» в последнем столбце означает, что мяч, подлетая к стене слева, отскакивает опять налево, хотя по расчету он должен отскочить направо (рис.3; здесь O — исходное положение мяча, $1_р$ и $2_р$ — рассчитанные направления первого и второго отскоков, $1_э$ и

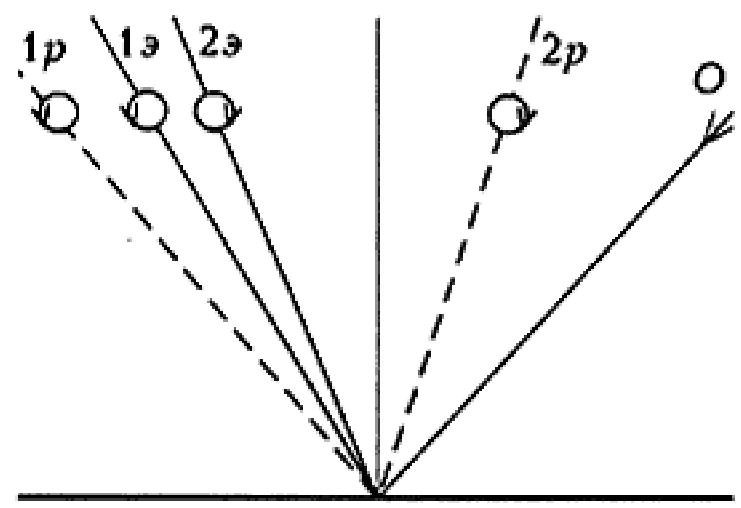

Рис. 3

$2_э$ — экспериментальные направления отскоков, стрелки — направления вращения мяча). Этот эффект нельзя объяснить ни неучтенным в расчете уменьшением нормальной к стене составляющей скорости (около 10%), ни предположением, что коэффициент трения меньше критического. (Нетрудно убедиться, что учет любого из этих эффектов только увеличит расхождение с опытом.) Так в чем же дело? Точного ответа, подкрепленного расчетом, у автора нет. Но все же обсудим вероятную причину расхождения.

Рассмотрим столкновение катящегося по столу мяча с вертикальной стеной (эксперимент 1). Начнем с вопроса: почему мы думаем, что проскальзывание мяча по поверхности стены неизбежно? Ответ: если бы проскальзывания не было, это означало бы, что мяч почти мгновенно получил вертикальную (вдоль поверхности стены) составляющую скорости, равную $\omega_0 R$, а это, в свою очередь, требует бесконечно большой силы трения, что нелепо. Этот ответ правилен, но только при условии, что мяч (шар) в процессе столкновения не имеет тангенциальных (направленных вдоль поверх-