

дачи данных: масса поршня M , ускорение свободного падения g , площадь дна сосуда S . Что понимать в условии под выражением «очень быстро поднимают»? Как изменится ответ, если поднимать поршень очень медленно?

Если поршень поднимать очень быстро — так, чтобы при его удалении молекулы газа не успевали с ним соударяться, — то температура газа после установления равновесия не должна измениться. Правда скорость поршня при таком движении должна существенно превышать скорость молекул (этакий «сверхзвуковой» поршень). Итак, поршень находится на высоте $10H$, газ «успокоился», и его температура равна начальному значению T_0 . После отпускания поршень будет долго колебаться, но через большой промежуток времени остановится. Обозначим высоту поршня в этом положении h , а температуру газа — T_1 . Изменение потенциальной энергии поршня при отпускании равно приращению внутренней энергии газа (подумайте сами, как именно происходит процесс передачи энергии от поршня газу):

$$Mg(10H - h) = 1,5\nu R(T_1 - T_0).$$

Для начального положения поршня на высоте H и конечного на высоте h можно записать уравнения равновесия (по условию задачи атмосферного давления нет):

$$Mg = \frac{\nu RT_0}{V_0} S = \frac{\nu RT_0}{H},$$

$$Mg = \frac{\nu RT_1}{V_1} S = \frac{\nu RT_1}{h}.$$

Решая простую систему трех уравнений, получаем

$$h = \frac{23}{5} H = 4,6H.$$

Если поршень поднимать очень медленно, то он установится на первоначальной высоте.

Р.Александров

Ф1596. Нелинейный двухполюсник имеет «квадратичную» вольт-амперную характеристику — напряжение между его выводами пропорционально квадрату текущего через него тока. Двухполюсник подключают к батарее напряжением \mathcal{E} последовательно с вольтметром, при этом вольтметр показывает половину напряжения батареи. Параллельно двухполюснику подключают еще один такой же вольтметр. Найдите показания обоих вольтметров. Внутреннее сопротивление батареи считать малым.

При первом включении напряжение двухполюсника равно напряжению вольтметра и составляет $\mathcal{E}/2$. Обозначим токи приборов в этом случае через I (они соединены последовательно). После подключения второго вольтметра напряжение двухполюсника и его ток уменьшатся. Пусть ток двухполюсника стал kI , тогда напряжение двухполюсника изменилось в k^2 раз и составило $k^2\mathcal{E}/2$. Таким же будет напряжение параллельного вольтметра, и через него будет идти ток k^2I (во сколько раз изменилось его напряжение по отношению к половине напряжения батареи, во сколько же раз

изменилось его напряжение по отношению к I). Ясно, что через последовательный вольтметр течет суммарный ток, а его напряжение изменилось от $\mathcal{E}/2$ до $(\mathcal{E} - k^2\mathcal{E}/2)$, т.е. в $(2 - k^2)$ раз. Приравняв выражения для токов, мы получим уравнение относительно неизвестной величины k , решив которое найдем ответ задачи. Итак,

$$kI + k^2I = (2 - k^2)I,$$

или

$$2k^2 + k - 2 = 0.$$

Нас интересует только положительный корень: $k = (-1 + \sqrt{17})/4$. Квадрат этого числа равен примерно 0,61, именно во столько раз уменьшится напряжение на двухполюснике по отношению к половине напряжения батареи. Таким образом, параллельный вольтметр покажет теперь $k^2\mathcal{E}/2 \approx 0,3\mathcal{E}$, а последовательный вольтметр покажет $(2 - k^2)\mathcal{E}/2 \approx 0,7\mathcal{E}$.

З.Рафаилов

Ф1597. На цилиндрический железный сердечник намотана катушка, ее выводы подключены к источнику переменного напряжения. На оси катушки расположен виток в форме квадрата размером $d \times d$, сделанный из тонкого провода с очень высоким сопротивлением; плоскость квадрата перпендикулярна оси. Точно такой же квадрат расположен параллельно первому, но чуть дальше от катушки — расстояние между квадратами составляет $d/8$. Сила тока через «ближний» виток равна I_0 , через «дальний» — чуть поменьше, а именно $0,98I_0$. Витки раздвигают параллельно так, что расстояние между ними составляет теперь d — получаются как бы две противоположные грани куба. Полученный «куб» поворачивают на 90° , и теперь витки образуют боковые грани куба, параллельные оси катушки, при этом центр системы все время остается на месте. Какие токи текут по виткам в этом случае?

При удалении витка от катушки магнитное поле уменьшается — условие задачи позволяет считать, что при удалении на $d/8$ амплитуда падает на 2%. Положим, приближенно, что при удалении на d поле упадет на 16% (у нас нет более разумного способа оценить уменьшение поля — мы ничего не знаем про размеры и положение сердечника катушки, про форму и размеры самой катушки, поэтому будем пользоваться именно такой оценкой). Это означает, что магнитный поток через удаленный виток — мы еще не поворачивали его, а только удалили на большее расстояние — на 16% меньше и эти проценты «ушли вбок» через боковые стенки куба, по 4% через каждую. Ясно, что после поворота витков они становятся как раз этими боковыми витками и поток через них составляет 4% от потока, создающего в витке ток I_0 . Итак, в новом положении витков ток составит $0,04I_0$. Заметим, что при решении задачи мы пренебрегли полем самих витков (точнее, их влиянием друг на друга) — витки по условию обладают высоким сопротивлением.

А.Зильберман