Для решения задачи воспользуемся одним из фундаментальных свойств электростатического поля — принципом суперпозиции. В нашем случае электрическое поле во всем пространстве будет являться суперпозицией полей, создаваемых точечным зарядом и индуцированными поверхностными зарядами на шаре. Найдем сначала потенциал в центре шара φ_0, который определяется алгебраической суммой потенциалов поля точечного заряда Q и поля индуцированных зарядов с поверхностной плотностью $\sigma(r)$:

$$\varphi_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{L} + \frac{\sum_{i=1}^{n}\sigma_i \Delta S_i}{4\pi\varepsilon_0 R},$$

где ΔS_i — малый элемент поверхности шара, а σ_i — плотность его заряда. В числителе второго слагаемого стоит суммарный поверхностный заряд шара, но шар не заряжен, поэтому это слагаемое равно нулю и, следовательно, потенциал в центре шара равен

$$\varphi_0 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 L}.$$

Поскольку весь объем шара является эквипотенциальным, потенциал шара равен потенциалу его центра:

$$\varphi = \varphi_0 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 L}.$$

Мы получили, на первый взгляд, неожиданный результат: потенциал шара в поле точечного заряда не зависит от радиуса шара. А на что же влияет размер шара? Оказывается, на величину и пространственное распределение электрического поля вне шара. Самое забавное заключается в том, что мы, не зная электрического поля снаружи шара, смогли найти его потенциал.

(Задача о нахождении распределения поля вне шара выходит за рамки школьной программы, но она имеет строгое решение. Для любознательных сообщим, что данное поле будет эквивалентно полю, создаваемому тремя точечными зарядами: исходным зарядом Q, зарядом величиной RQ/L, находящимся в центре шара, и зарядом, равным заряду в центре шара, но противоположным по знаку и расположенным на прямой, соединяющей центр шара с зарядом Q, на расстоянии $x = R^2/L$ от центра шара.[2] Предлагаем проверить самостоятельно, что для системы этих трех зарядов сферическая поверхность радиусом R является эквипотенциальной поверхностью с потенциалом $Q/(4\pi\varepsilon_0 L)$.)

Задача 5. *Металлический шар радиусом R_1, заряженный до потенциала φ_1, симметрично окружен тонкостенной проводящей незаряженной сферой*

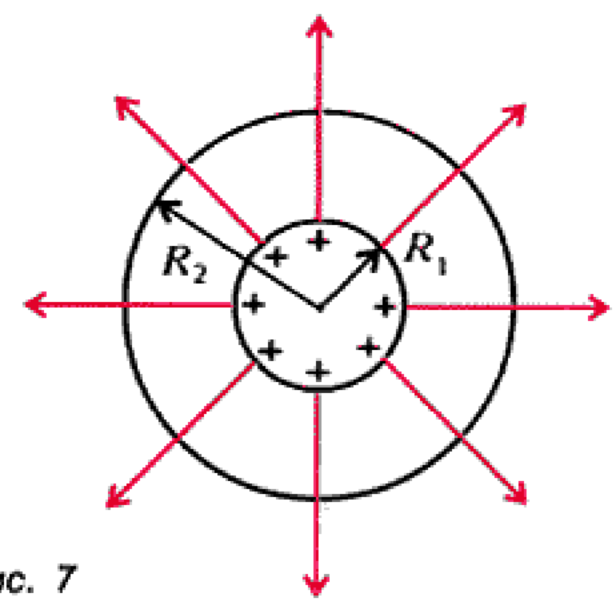

Рис. 7

радиусом R_2 (рис.7). Чему будет равен потенциал шара в двух случаях: 1) если заземлить сферу; 2) если закоротить шар и сферу (соединить проводником)?

Сначала поговорим немного о физической стороне процесса заземления. С технической точки зрения, заземлить некое проводящее тело означает соединить данное тело и Землю хорошим проводником. Обычно для этого в Землю закапывают достаточно большой металлический лист — чем больше поверхность соприкосновения металла и Земли, тем лучше. С физической точки зрения, заземлить означает выровнять потенциалы Земли и проводящего тела. Для справки: поверхностный заряд Земли отрицательный, напряженность электрического поля вблизи поверхности Земли составляет приблизительно 100 В/м, а потенциал Земли относительно бесконечности равен 400000 В. Возникает вопрос: а какой потенциал имеет незаряженный проводник (не заземленный) у поверхности Земли? Однозначно ответить на этот вопрос нельзя, все зависит от конкретной ситуации: наличия окружающих проводящих предметов, высоты от поверхности Земли, проводящих свойств окружающего воздуха и т.д. Но когда речь идет о задачах, подобной этой, считается, что потенциал незаряженного проводника равен потенциалу Земли. Поэтому, если на проводнике имеется заряд, то такой проводник приобретает дополнительный потенциал, вызванный собственным электрическим полем. При постоянном потенциале Земли значения дополнительного потенциала заряженного тела, отсчитанные от бесконечности или от поверхности Земли, совпадают, а потенциал Земли в этом случае можно считать равным нулю.

Теперь разберем первый случай нашей задачи, когда сфера заземлена, т.е. потенциал сферы стал равным нулю. Поскольку потенциал шара до заземления был равен φ_1, на шаре находился заряд $Q_1 = 4\pi\varepsilon_0 R_1 \varphi_1$. Обозначим через Q_2 заряд, который перейдет с Земли на сферу после заземления, и запишем условие равенства нулю потенциала сферы:

$$\varphi_1 \frac{R_1}{R_2} + \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2} = 0.$$

Отсюда

$$Q_2 = -4\pi\varepsilon_0 R_1 \varphi_1 = -Q_1.$$

Это означает, что электрическое поле вне оболочки будет отсутствовать, а шар и сфера будут представлять из себя заряженный сферический конденсатор (рис.8). Потенциал шара, очевидно, будет равен

$$\varphi_2 = \varphi_1 + \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2} = \varphi_1 - \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_2} = \varphi_1\left(1 - \frac{R_1}{R_2}\right).$$

Во втором случае, когда шар и оболочка закорочены, их потенциалы будут равны.

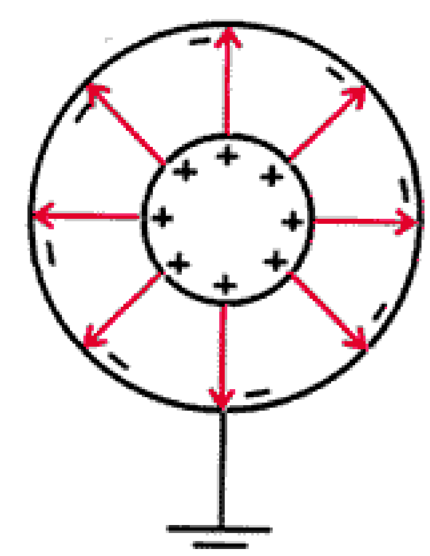

Рис. 8

Легко сообразить, что равенство потенциалов означает отсутствие электрического поля между шаром и сферой, следовательно, заряд шара равен нулю, а заряд сферы равен заряду шара. Покажем это. Пусть после соединения на сферу перейдет заряд Q_3, тогда на шаре останется заряд $Q_1 - Q_3$. Условие равенства потенциалов шара и сферы можно записать в виде

$$\frac{Q_1 - Q_3}{4\pi\varepsilon_0 R_1} + \frac{Q_3}{4\pi\varepsilon_0 R_2} = \frac{Q_1 - Q_3}{4\pi\varepsilon_0 R_2} + \frac{Q_3}{4\pi\varepsilon_0 R_2}.$$

Отсюда следует, что $(Q_1 - Q_2)(R_2 - R_1) = 0$. Поскольку $(R_2 - R_1) \neq 0$, получаем $Q_1 = Q_3$. Таким образом, потенциал

[2] *Подробнее об этом можно прочитать, например, в статье А.Черноуцана «Метод электростатических изображений» в «Кванте» №1 за 1996 год. (Прим. ред.)*