потенциала внутри и вне шара. За нулевой уровень отсчета потенциала принять бесконечность.

Сначала рассмотрим область пространства вне шара: $R \le r \le \infty$, где r — расстояние от центра шара до выбранной точки пространства. В этой области заряженный шар создает точно такое же электрическое поле, как и точечный заряд, помещенный в центр шара.[1] Поэтому напряженность поля на расстоянии r от шара равна

$$E(r) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{\rho\left(4\pi R^3/3\right)}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2}.$$

Приращение потенциала для данного случая можно записать так:

$$d\varphi = -E(r)dr,$$

где dr — малое изменение расстояния r. Просуммируем обе части данного уравнения:

$$\int d\varphi = -\frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0}\int\frac{dr}{r^2}.$$

После интегрирования получим

$$\varphi(r) = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r} + C_1.$$

Для определения константы C_1 используем граничное условие: при $r \to \infty$ $\varphi \to 0$. Отсюда следует, что $C_1 = 0$, следовательно, распределение потенциала в области $R \le r \le \infty$ имеет вид

$$\varphi(r) = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r}.$$

Теперь рассмотрим область пространства внутри шара: $0 \le r \le R$. В этом случае напряженность электрического поля определяется только зарядом внутри шара радиусом r и равна

$$E(r) = \frac{\rho r}{3\varepsilon_0}.$$

Тогда

$$\int d\varphi = -\frac{\rho}{3\varepsilon_0}\int r\,dr,\quad \varphi(r) = -\frac{\rho r^2}{6\varepsilon_0} + C_2.$$

Для определения константы C_2 воспользуемся граничным условием: при $r = R$ $\varphi = \dfrac{\rho R^2}{3\varepsilon_0}$ — это значение потенциала находится из полученного выше распределения. Отсюда получим, что $C_2 = \dfrac{\rho R^2}{2\varepsilon_0}$. Окончательное выражение для распределения потенциала в области $0 \le r \le R$ имеет вид

$$\varphi(r) = \frac{\rho}{6\varepsilon_0}\left(3R^2 - r^2\right).$$

[1] *Подробнее об электрическом поле заряженного шара можно прочитать, например, в статье Л.Асламазова «Напряженность, напряжение, потенциал» в «Приложении к журналу «Квант» №5/94. (Прим. ред.)*

График зависимости $\varphi(r)$ при $0 \le r \le \infty$ изображен на рисунке 3.

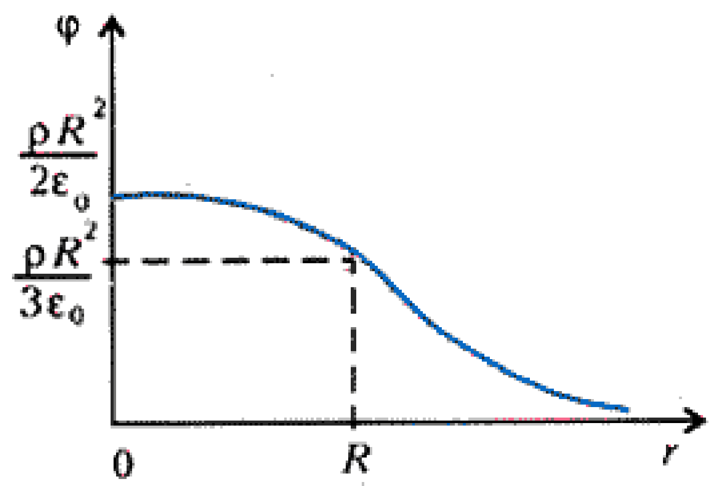

Рис. 3

Задача 3. *Из-за наличия объемного заряда в межэлектродном пространстве плоского вакуумного диода при нулевой разности потенциалов между катодом и анодом устанавливается распределение потенциала, показанное на рисунке 4. Найдите распределение напряженности электрического поля между катодом и анодом.*

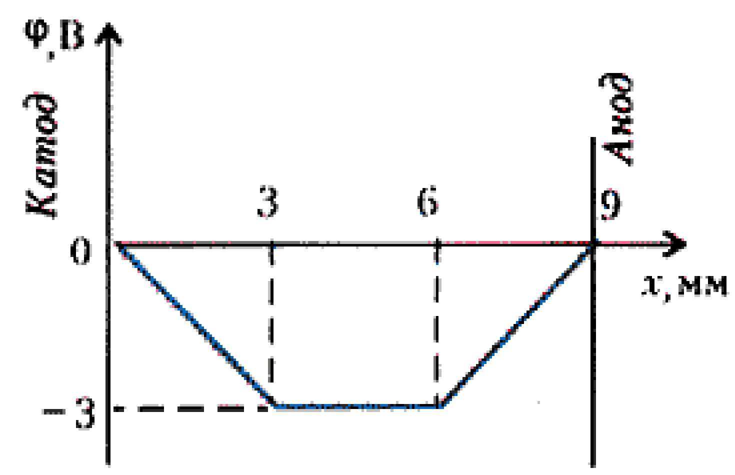

Рис. 4

Сначала запишем распределение потенциала $\varphi(x)$ в аналитическом виде (см. рис.4):

при $0 \le x \le 3\cdot10^{-3}$ $\varphi(x) = -10^3 x$,
при $3\cdot10^{-3} \le x \le 6\cdot10^{-3}$ $\varphi(x) = -3$,
при $6\cdot10^{-3} \le x \le 9\cdot10^{-3}$ $\varphi(x) = -9 + 10^3 x$.

В этих соотношениях потенциал выражен в вольтах, а координата x — в метрах.

Используя связь между напряженностью электрического поля E_x и потенциалом ($E_x = -d\varphi/dx$), получим

при $0 \le x \le 3\cdot10^{-3}$ $E(x) = 10^3$,
при $3\cdot10^{-3} \le x \le 6\cdot10^{-3}$ $E(x) = 0$,
при $6\cdot10^{-3} \le x \le 9\cdot10^{-3}$ $E(x) = -10^3$.

Здесь напряженность выражена в вольтах на метр.

Распределение $E(x)$ между катодом и анодом изображено на рисунке 5.

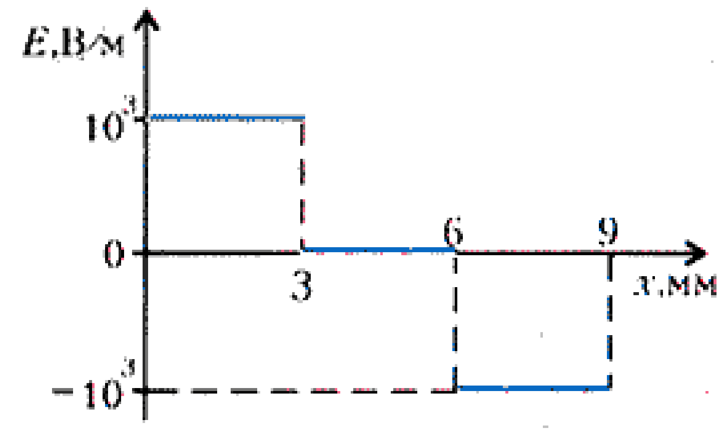

Рис. 5

Реальное распределение потенциала в плоском диоде, конечно, не имеет изломов — это гладкая кривая параболического вида. И, естественно, распределение напряженности не имеет скачков (разрывов).

(Кстати, а что означают скачки на полученной нами зависимости $E(x)$? Попробуйте нарисовать качественное распределение объемного заряда в межэлектродном пространстве диода.)

Задача 4. *Проводящий незаряженный шар радиусом R расположен в поле точечного заряда Q, находящегося на расстоянии L от центра шара. Определите потенциал шара. За нулевой уровень отсчета потенциала принять бесконечность.*

Проводящий шар существенным образом изменяет структуру электрического поля точечного заряда (особенно в окрестности шара). Свободные заряды шара (электроны проводимости) перераспределяются, и на поверхности шара возникает такое распределение поверхностных зарядов (рис.6), чтобы суммарное поле внутри шара (поле точечного заряда Q и поле поверхностных зарядов шара) было равно нулю. Именно условие отсутствия электростатического поля в изолированных проводниках лежит в основе явления электростатической индукции — наведения поверхностных зарядов на проводниках во внешнем электрическом поле. (Поскольку электрическое поле внутри шара равно нулю, можно удалить внутреннюю часть шара и оставить тонкую сферическую оболочку. Очевидно, что это никак не повлияет на пространственное распределение электрического поля и на распределение индуцированных зарядов по поверхности шара. Поэтому задачи о нахождении потенциала проводящего шара или сферы абсолютно эквивалентны.)

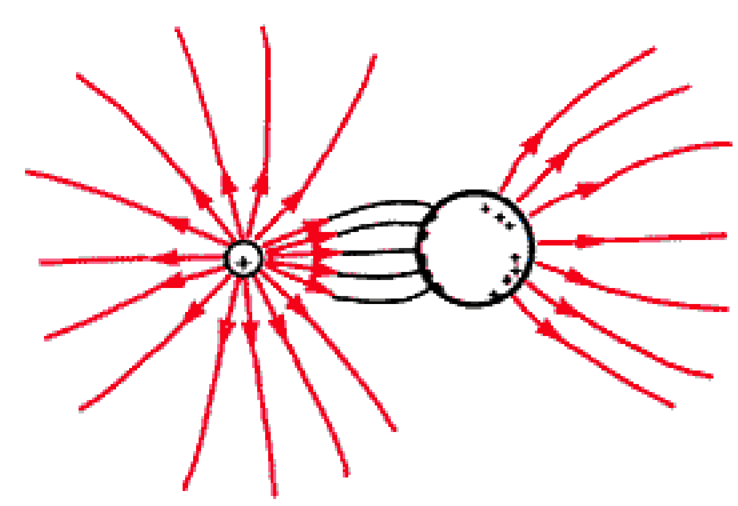

Рис. 6