Потенциал электростатического поля

В.МОЖАЕВ

Для описания электростатического поля наряду с его силовой характеристикой — напряженностью электрического поля $\vec{E}$ — вводят энергетическую характеристику — потенциал поля φ. В отличие от напряженности, электростатический потенциал является скалярной величиной и равен отношению потенциальной энергии взаимодействия пробного точечного заряда с полем к величине этого заряда. Потенциальная энергия заряда, помещенного в электростатическое поле, численно равна работе, которую необходимо совершить, чтобы переместить этот заряд от выбранного нулевого уровня потенциальной энергии в данную точку пространства. Значение потенциальной энергии, а следовательно и потенциала, в данной точке зависит от выбора нулевого уровня отсчета. Физический смысл имеет не сам потенциал в точке, а его изменение в пространстве (разность потенциалов), которое не зависит от выбора нулевого уровня отсчета потенциала.

На практике электростатическое поле можно характеризовать только одной функцией — электростатическим потенциалом, поскольку напряженность электростатического поля однозначно связана с потенциалом. В случае сферически симметричного электрического поля, когда напряженность электрического поля зависит только от расстояния r, эта связь имеет вид

$$E_r = -\frac{d\varphi}{dr},$$

где производная $\frac{d\varphi}{dr}$ (возможно, для читателя более привычно обозначение $\varphi'(r)$) выражает быстроту приращения потенциала в данном направлении. Аналогичные соотношения можно записать для проекций вектора напряженности в декартовой системе координат:

$$E_x = -\frac{d\varphi}{dx},\ E_y = -\frac{d\varphi}{dy},\ E_z = -\frac{d\varphi}{dz}$$

(или, в иных обозначениях, $E_x = -\varphi'(x)$, $E_y = -\varphi'(y)$, $E_z = -\varphi'(z)$; при дифференцировании по одной координате две остальные в выражении $\varphi(x,y,z)$ надо считать постоянными).

Теперь перейдем к разбору конкретных примеров расчета потенциала электростатического поля с известным распределением напряженности поля и наоборот — расчета $\vec{E}$ по известному распределению φ.

Задача 1. *Найдите распределение потенциала между пластинами уединенного заряженного плоского конденсатора. Заряд на пластинах площадью S равен Q, а расстояние между пластинами d. Краевыми эффектами пренебречь. За нулевой уровень отсчета принять бесконечность.*

Для расчета потенциала выберем систему координат, изображенную на рисунке 1, с началом координат в центре

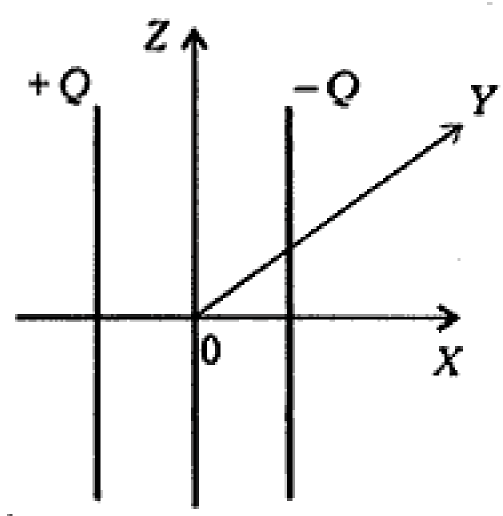

Рис. 1

конденсатора. В области $-d/2 \le x \le d/2$ электростатическое поле однородно и вектор $\vec{E}$ направлен вдоль оси X, поэтому

$$E_x = \frac{Q}{\varepsilon_0 S},\ E_y = 0,\ E_z = 0.$$

Используя связь между приращением потенциала и напряженностью электрического поля, можно записать

$$\frac{d\varphi}{dx} = -\frac{Q}{\varepsilon_0 S}.$$

Решение того уравнения имеет вид

$$\varphi(x) = -\frac{Qx}{\varepsilon_0 S} + C_1,$$

где C_1 — некоторая константа. Для ее нахождения воспользуемся тем, что плоскость $x = 0$ является эквипотенциальной поверхностью с потенциалом $\varphi = 0$. Действительно, силовые линии электрического поля плоского конденсатора в любой точке, включая и бесконечно удаленные точки, перпендикулярны плоскости $x = 0$. Поэтому при перемещении пробного заряда вдоль этой плоскости работа не совершается и потенциал всех точек этой плоскости $\varphi = 0$. Из условия, что при $x = 0$ $\varphi = 0$ следует, что $C_1 = 0$, следовательно,

$$\varphi(x) = -\frac{Qx}{\varepsilon_0 S}.$$

Поскольку $E_y = E_z = 0$, распределение потенциала не зависит от y и z, и плоскости $x = \mathrm{const}$ (при $-d/2 \le x \le d/2$) являются эквипотенциальными поверхностями с потенциалом, равным значению потенциала при данном значении x. Распределение потенциала между пластинами центральной части плоского конденсатора изображено на рисунке 2.

Следует отметить, что для пластин конечного размера (т.е. для реальных конденсаторов) все эквипотенциальные

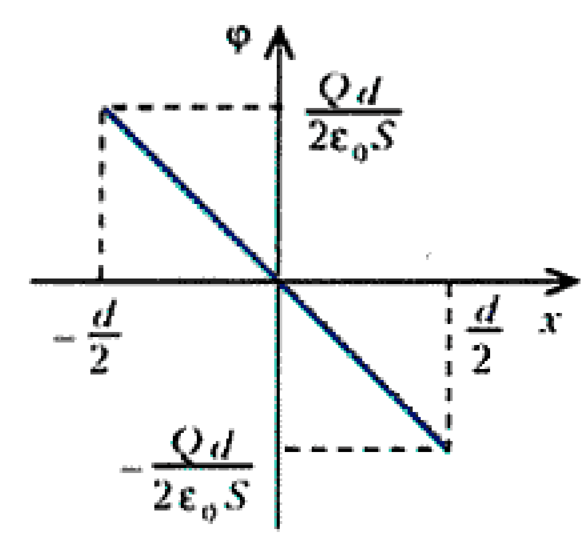

Рис. 2

поверхности $\varphi \ne 0$ принципиально отличаются от поверхности нулевого потенциала — эквипотенциальной поверхностью нулевого потенциала всегда является плоскость ($x = 0$), а эквипотенциальными поверхностями не нулевого потенциала являются сложные замкнутые поверхности, которые только вдали от краев пластин можно считать плоскостями ($x = \mathrm{const}$).

(В качестве самостоятельного упражнения нарисуйте: 1) два аналогичных распределения при нулевом уровне потенциала на положительно заряженной пластине и на отрицательно заряженной; 2) качественное распределение $\varphi(x)$ для реального конденсатора вблизи края пластин; 3) качественное распределение $\varphi(x)$ вне пластин конденсатора.)

Задача 2. *Шар радиусом R равномерно заряжен с объемной плотностью заряда* ρ. *Вычислите распределение*