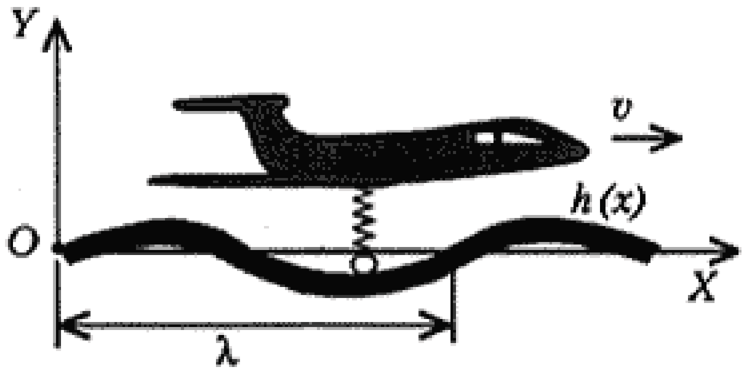

Рис. 1

пажа в вертикальном направлении (в проекциях на это направление):

$$ma_y = -mg + 2F.$$

(Двойка в правой части учитывает, что колеса-то два.) Подставим сюда выражение для упругой силы:

$$ma_y = -mg - 2k(y - H - h).$$

Тут сразу виден частный случай равновесия, когда экипаж стоит себе без движения на дороге (пусть, для простоты, в этой точке $h = 0$). Тогда его ускорение $a_y = 0$, и из последнего уравнения получаем статическую деформацию пружины:

$$y_0 - H = -\frac{mg}{2k}.$$

Вполне понятно, почему она отрицательна: пружина ведь сжата.

Далее удобно будет отсчитывать вертикальное перемещение центра масс аппарата относительно найденного положения равновесия $y_0 = H - mg/(2k)$. Для этого введем смещение относительно положения равновесия:

$$Y = y - y_0.$$

Тогда уравнение движения упростится (мы заодно разделим обе части на массу m) и примет вид

$$a_y = -\frac{2k}{m}(Y - h).$$

Сделаем еще несколько преобразований.

1) Учтем, что ускорение является второй производной от перемещения по времени:

$$a_y = Y''.$$

2) Примем, что неровность посадочной полосы есть гармоническая функция с пространственным (вдоль X) периодом λ (длиной волны) и амплитудой h_0:

$$h = h_0 \sin\left(2\pi \frac{x}{\lambda}\right).$$

3) Вспомним, что при постоянной горизонтальной скорости

$$x = vt.$$

4) Обозначим набор положительных величин так:

$$\frac{2k}{m} = \omega_0^2.$$

Теперь уравнение движения можно записать в виде

$$Y'' + \omega_0^2 Y = \omega_0^2 h_0 \sin\left(2\pi \frac{v}{\lambda} t\right).$$

Если бы в правой части последнего уравнения стоял ноль, то всякий здравомыслящий читатель узнал бы в нем уравнение свободных гармонических колебаний с частотой $\omega_0 = \sqrt{2k/m}$. Но у нас справа не ноль, а гармоническая

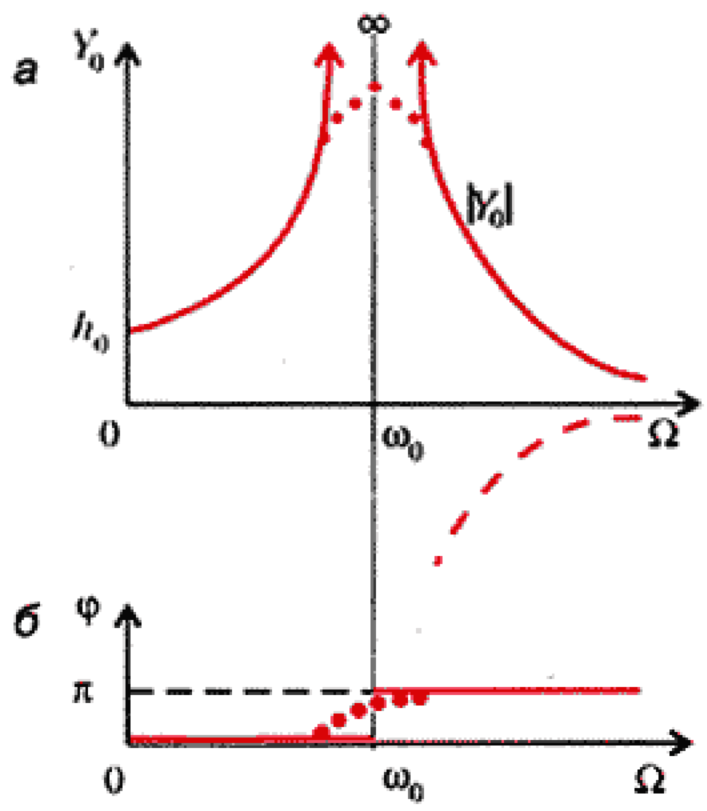

Рис. 2

функция с амплитудой $\omega_0^2 h_0$ и периодом $T = \lambda/v$ или частотой $\Omega = 2\pi/T = 2\pi v/\lambda$, которые задаются внешними условиями — длиной волны λ и максимальным «размахом» неровностей h_0. Поэтому возникающие колебания называются *вынужденными*.

Найдем отклик колебательной системы (движущегося аппарата с двумя пружинами) на внешнее возмущение, вызванное неровностями дороги. Будем искать решение в виде тоже гармонических колебаний с частотой *вынуждающей* силы Ω:

$$Y = Y_0 \sin \Omega t.$$

После двукратного дифференцирования ($Y'' = -\Omega^2 Y_0 \sin \Omega t$), подстановки в уравнение движения и сокращения на $\sin \Omega t$ получим уравнение для искомой амплитуды Y_0:

$$Y_0\left(-\Omega^2 + \omega_0^2\right) = \omega_0^2 h_0.$$

На рисунке 2,*а* качественно изображена зависимость амплитуды колебаний Y_0 от частоты внешнего возбуждения Ω. Видно, что если Ω стремится к нулю (когда скорость движения мала или аэродром ровен, $\lambda \to \infty$), Y_0 стремится к h_0. Это понятно: при малой скорости движения или очень большой длине волны неровностей движущийся аппарат просто отслеживает их профиль. Но если длина волны неровностей аэродрома и скорость движения окажутся такими, что вынужденная частота $\Omega = 2\pi v/\lambda$ совпадет с собственной частотой $\omega_0 = \sqrt{2k/m}$, произойдет нечто ужасное: амплитуда колебаний станет неограниченно большой ($Y_0 \to \infty$) и может произойти разрушение системы. Это так называемый случай *резонанса*. Далее, если $\Omega > \omega_0$, значение Y_0 становится отрицательным (см. штриховую кривую на рисунке 2,*а*), но знак «минус» можно спрятать в аргумент синуса:

$$-|Y_0| \sin \Omega t = |Y_0| \sin(\Omega t + \pi).$$

Иными словами можно сказать, что фаза колебаний φ изменяется на π в окрестности частоты вынуждающей силы $\Omega = \omega_0$ (рис.2,*б*).

Конечно, инженеры и ученые делают все, чтобы избежать ужасов резонанса (т.е. $|Y_0| \to \infty$). Прежде всего, можно ввести в колебательную систему так называемое демпфирование (если не хватает всегда присутствующего стока энергии — трения) — например, цилиндр с маслом и поршнем, соединенным с пружиной. Тогда в уравнение движения нужно будет ввести соответствующую диссипативную силу (приводящую к диссипации механической энергии, т.е. ее рассеянию, переходу в тепло), и $|Y_0|$ не будет уходить в бесконечность (см. точечную кривую на рисунке 2). Далее, волнистость аэродрома совсем не обязательно описывается единственной гармонической функцией (с постоянной длиной волны λ). Наконец, кто же ездит по аэродрому с постоянной скоростью? Любой летательный аппарат стремится поскорее или разогнаться перед взлетом, или затормозиться при посадке.

А вот для наземных экипажей (например, железнодорожного вагона) и λ (длина рельса), и v (скорость движения) постоянны, и вы можете почувствовать наступление резонанса: вагон начинает галопировать, либо прыгая строго вертикально, либо совершая вращательные («клюющие») движения вокруг поперечной горизонтальной оси (дифферент) или вокруг продольной горизонтальной оси (боковая качка). Но у вагона много колес и пружин, так что его движение описывается гораздо сложнее, чем рассмотренный нами случай.