же. Обозначив искомую величину x, получим для ее определения простое уравнение

$$\frac{\left(\frac{Rx}{R+x}+2R\right)2R}{\frac{Rx}{R+x}+2R+2R}+R=x.$$

Отсюда находим

$$R_{AB}=x=R\frac{7+\sqrt{49+160}}{10}\approx 2{,}15R.$$

А.Зильберман

Ф1590. *Колебательный контур состоит из параллельно соединенных конденсатора емкостью C и катушки индуктивностью L. В тот момент, когда заряд конденсатора Q, а ток катушки I, параллельно подключают еще одну катушку индуктивностью 2L. Найдите максимальный заряд конденсатора после такого подключения. Как изменится ответ, если вместо катушки подключить в тот же момент конденсатор емкостью 2C? Элементы цепи считать почти идеальными.*

При подключении еще одной катушки можно считать энергию системы неизменной и равной ее начальному значению

$$W_0=\frac{LI^2}{2}+\frac{Q^2}{2C}.$$

Максимальный заряд конденсатора получается в тот момент, когда ток заряда обращается в ноль. Для обычного колебательного контура это соответствует нулевому току катушки и ее нулевой энергии. В нашем же случае нулю равен *суммарный* ток двух катушек и не вся энергия системы в интересующий нас момент окажется в конденсаторе. Итак, после подключения катушки индуктивностью $2L$ к интересующему нас моменту ток катушки индуктивностью L изменится от начального значения I до некоторого I_1, а ток второй катушки также составит по величине I_1, но будет течь в противоположном направлении. Из условия неизменности магнитного потока в контуре из двух катушек (активное сопротивление этого контура мало) можно записать

$$L(I-I_1)=2LI_1,\ I_1=\frac{I}{3}.$$

Теперь получим искомый заряд Q_1, используя закон сохранения энергии:

$$\frac{L(I/3)^2}{2}+\frac{2L(I/3)^2}{2}+\frac{Q_1^2}{2C}=W_0,\ Q_1=\sqrt{Q^2+\frac{2}{3}LCI^2}.$$

В случае с подключением конденсатора энергия контура не сохраняется — хотя элементы цепи почти идеальные и сопротивление проводов можно считать очень малым, токи перезаряда конденсаторов сразу после такого подключения оказываются очень большими и непременно часть энергии уйдет в тепло. Только после того как заряды параллельно соединенных конденсаторов установятся, можно будет записать новый энергетический баланс:

$$\frac{Q^2}{6C}+\frac{LI^2}{2}=\frac{Q_2^2}{6C},\ Q_2=\sqrt{Q^2+3LCI^2}.$$

Нас интересует максимальный заряд первого конденсатора — он составляет

$$\frac{Q_2}{3}=\frac{1}{3}\sqrt{Q^2+3LCI^2}.$$

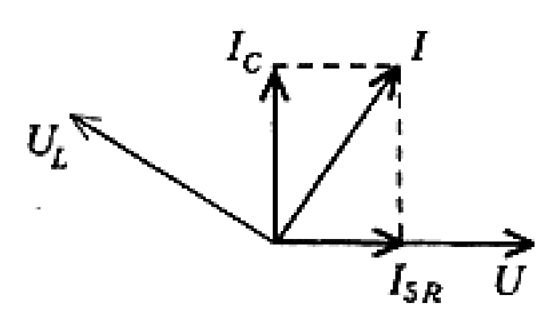
Р.Александров

Ф1591. *Источник переменного напряжения частоты ω имеет внутреннее сопротивление R. Известно, что максимальную мощность в нагрузке можно получить в том случае, когда сопротивление нагрузки в точности равно внутреннему сопротивлению источника (как и для цепей постоянного тока). Однако сопротивление нагрузки составляет 5R. Как нужно включить в цепь катушку индуктивности и конденсатор и какими они должны быть, чтобы мощность в нагрузке оказалась максимально возможной?*

Для решения этой задачи нужно уметь пользоваться одним из методов расчета цепей переменного тока — либо методом векторных диаграмм, либо методом комплексных амплитуд, связанным с использованием комплексных чисел. (Есть и другие методы расчета — годится любой, который может привести к ответу.) Мы воспользуемся методом векторных диаграмм. Он сводится к рисованию векторов, которые изображают токи и напряжения в цепи, пока не получится какой-нибудь известный вектор — он и поможет определить остальные.

Рассмотрим следующее подключение нагрузки к источнику: параллельно резистору сопротивлением $5R$ включим конденсатор емкостью C, последовательно с ними соединим катушку индуктивностью L и получившуюся цепь присоединим к источнику. Нам нужно так подобрать емкость конденсатора и индуктивность катушки, чтобы для источника внешняя цепь представляла собой «чистый резистор» сопротивлением R.

Начнем строить векторную диаграмму (см. рисунок). Для начала нарисуем вектор U, который изображает



напряжение резистора сопротивлением $5R$ (и конденсатора, конечно). Затем на этой же картинке нарисуем векторы, изображающие ток резистора $I_{5R}=U/(5R)$, ток конденсатора $I_C=U\omega C$ и суммарный ток $I=$ $=\sqrt{(U/(5R))^2+(U\omega C)^2}$. Теперь нарисуем вектор, который изобразит напряжение катушки, — он на $\pi/2$ опережает по фазе ток катушки, а через катушку и источник течет ток I, который мы записали выше. Напряжение катушки $U_L=I\omega L$. Теперь осталось сообразить, что сумма векторов, изображающих напряжение резистора — конденсатора и напряжение катушки, равна напряжению источника U_0. А для того чтобы вся цепь представляла собой резистор сопротивлением R, должно выполняться одновременно два условия: суммарный