газ) баланс энергий можно записать в виде

$$\frac{5}{2}RT_0 + \frac{Mv_0^2}{3} = \frac{5}{2}RT_1.$$

Отсюда находим максимальную температуру газа:

$$T_1 = T_0 + \frac{2}{15}\frac{Mv_0^2}{R} = 300 \text{ К} + 0{,}016 \text{ К}.$$

Видно, что изменение температуры в данном процессе очень незначительно.

Легкий поршень все время разгоняется – его скорость будет максимальной к тому моменту, когда поршни окажутся на большом расстоянии друг от друга и давление газа упадет до совсем малого значения. Это означает, что температура газа окажется малой, его внутреннюю энергию можно будет считать нулевой, а кинетическая энергия системы поршней возрастет на величину начальной внутренней энергии газа и составит (газ двухатомный)

$$\frac{Mv_1^2}{2} + \frac{2Mv_2^2}{2} = \frac{2Mv_0^2}{2} + \frac{5}{2}RT_0.$$

Запишем теперь закон сохранения импульса (пренебрегая импульсом малой порции газа):

$$2Mv_0 = Mv_1 + 2Mv_2.$$

Для искомого значения скорости легкого поршня получаем квадратное уравнение

$$3v_1^2 - 4v_0v_1 - \frac{10RT_0}{M} = 0.$$

Поскольку скорость центра масс системы равна $2v_0/3$, скорость легкого поршня должна быть больше этой величины, т.е.

$$v_1 = \frac{2}{3}v_0 + \frac{2}{3}\sqrt{v_0^2 + \frac{15RT}{2M}} \approx 92 \text{ м/с}.$$

Скорость тяжелого поршня будет равна, соответственно,

$$v_2 = v_0 - \frac{v_1}{2} \approx -45 \text{ м/с}.$$

*А.Зильберман*

Ф1588. *Плоский конденсатор состоит из двух пластин площадью S каждая, находящихся на маленьком расстоянии d друг от друга. Оцените работу, которую нужно совершить для того, чтобы зарядить пластины одинаковыми зарядами Q. Считайте, что заряды распределяются по пластинам равномерно.*

Разделим заданный в условии задачи процесс на две простые (относительно!) части – вначале очень далеко друг от друга зарядим как надо эти пластины, а затем сблизим их на указанное расстояние, преодолевая силы отталкивания.

Итак, сначала заряжаем пластины. Тут нам поможет такой прием – будем заряжать не две, а четыре пластины (потом мы это учтем), которые будут вначале двумя обычными плоскими конденсаторами с нужной нам площадью пластин. Обозначим расстояние между парами пластин буквой $d$ (не обязательно это расстояние такое же, как задано в условии, но оно должно быть во много раз меньше размеров пластин). Пусть заряженные конденсаторы в сумме имеют энергию $Q^2/C$.

Теперь начнем растаскивать пластины одного конденсатора – силы взаимодействия вначале постоянны, а затем начинают убывать. Точный расчет очень сложен, да он нам и не нужен – нам нужна разумная оценка. Будем считать, что на первом участке сила постоянна, на втором она спадает по закону обратных квадратов (закон Кулона для точечных зарядов), а место, где один закон сменяется другим, определим из условия равенства сил, посчитанных по двум соответствующим формулам:

$$\frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S} = \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 x_1^2}, \quad x_1 = \sqrt{\frac{S}{2\pi}} \gg d.$$

Полная работа составляет

$$A = \frac{Q^2}{C} + 2\left(\frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S}x_1 + \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 x_1}\right) = \frac{Q^2 d}{\varepsilon_0 S} + \frac{2Q^2}{\varepsilon_0\sqrt{2\pi S}} \approx \frac{2Q^2}{\varepsilon_0\sqrt{2\pi S}}.$$

При расчете мы учли, что $d \ll \sqrt{S}$, и считали, что пластины растаскивали с нулевого расстояния.

В результате у нас есть четыре заряженные пластины, находящиеся далеко друг от друга, и можно считать, что половина затраченной энергии была израсходована на нужные нам две пластины. Осталось посчитать работу по их сближению. Однако похожую проблему мы только что решили – растаскивать разноименные заряды и сближать одноименные «стоит» одинаковой работы. Таким образом, к половине прежней работы нужно прибавить новую – это и будет искомая работа:

$$A_{\text{общ}} = \frac{Q^2}{\varepsilon_0\sqrt{2\pi S}} + \left(\frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S}x_1 + \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 x_1}\right) = \frac{2Q^2}{\varepsilon_0\sqrt{2\pi S}}.$$

Видно, что ответ не зависит от расстояния между пластинами – лишь бы оно было малым.

*А.Зильберман*

Ф1589. *Длинная цепочка резисторов включает звенья двух типов 2R – R и R – 2R, соединенных попеременно, как показано на рисунке 1. Найдите сопротивление между точками A и B при большом числе звеньев в цепи.*

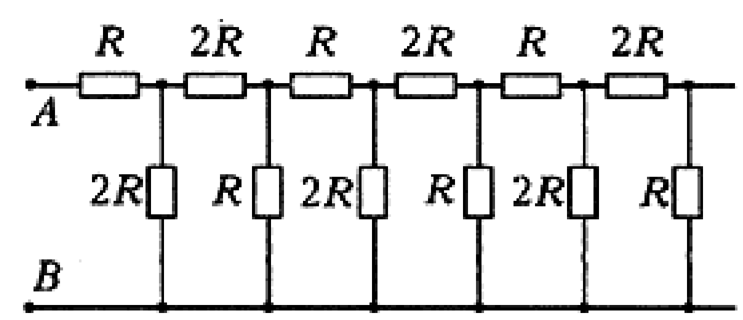

Рис.1

Добавим к бесконечной цепочке еще два таких звена, полученная «удлиненная» цепь (рис.2) ничем не отличается от исходной – ее сопротивление останется тем

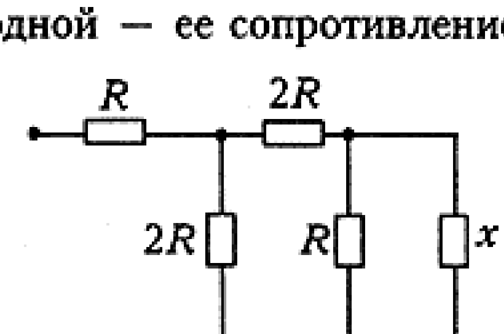

Рис.2