# «Стингер» против метеорита

А.СТАСЕНКО

«В СУТКИ на Землю падает около 2000 метеоритов со средней массой 100 кг... Самый большой из найденных метеоритов (Гоба, Юго-Западная Африка) имеет массу 50 т, объем около 9 м$^3$» (П.Г.Куликовский. «Справочник любителя астрономии».). Можно ли, прочитав такое, спокойно гулять по улицам, купаться на пляже, сажать цветы? Тем более что в наступившую эпоху всеобщего доверия и конверсии просто некуда девать замечательные системы противоракетной обороны, средства поражения земля – воздух, воздух – воздух,.. которые следят за движениями любого тела в атмосфере во всех диапазонах электромагнитного излучения: ультрафиолетовом, видимом, инфракрасном, радио-. А ведь известно, что всякое тело, нагретое до температуры $T$, излучает в единицу времени с единицы своей поверхности энергию, пропорциональную четвертой степени температуры:

$$\frac{dQ}{dSdt} = q = \sigma T^4 .$$

Это так называемый закон Стефана – Больцмана, неоднократно обсуждавшийся на страницах «Кванта» (см., например, статью Я.Смородинского «Рассказ о кванте» в «Кванте» №1 за 1995 г. или статью А.Стасенко «Солнце, лампа и кометы» в «Кванте» №1 за 1996 г. – *Прим. ред.*), а $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Дж/(м$^2 \cdot$с$\cdot$К$^4$) – постоянная Стефана – Больцмана.

Этот закон в точности справедлив только для так называемого абсолютно черного тела, но для оценок его можно применять и к обычным телам. Например, небезызвестные «Стингеры» работают в невидимых для глаза инфракрасных лучах (а иначе они всегда летели бы в сторону Солнца, к излучению которого природа приспособила наш глаз). Их-то и можно было бы употребить на мирные цели. Скажем, для уничтожения лишнего и вредного тела, которое вторглось в атмосферу Земли и собирается упасть на ее поверхность, где – избави Бог – могут играть дети! Это может быть и случайно сошедший с орбиты элемент космического летательного аппарата, и какое-то космическое тело. Тут и пригодится «Стингер» против непрошенного пришельца.

Пусть для простоты это тело имеет форму шара радиусом $R$, а наблюдает его головка самонаведения «Стингера» диаметром $D$ с расстояния $L$ (рис.1). Нужно определить наибольшее значение этого расстояния, с которого «Стингер» начнет регистрировать тепловое излучение шара, нагретого из-за трения о воздух, если известна минимальная мощность $W_{\min}$, которую «чувствует» «Стингер». Примем еще, что шар летит прямо на головку самонаведения, так что линия $O'O$ является одновременно осью симметрии для распределения температуры $T(\theta)$ по поверхности шара.

Пусть шар входит в атмосферу со скоростью $v$, много большей тепловых скоростей молекул; тогда все молекулы налетают на шар со скоростями $-v$. Ясно, что вблизи полюса шара (точка $\theta = 0$) молекулы ударяются о его поверхность нормально, а на экваторе ($\theta = \pi/2$) скользят вдоль поверхности. Поэтому полюс будет нагрет сильно, а экватор останется холодным (при условии, что теплопроводность шара такова, что он не успевает прогреться за время полета в атмосфере).

Предположим, что угловая зависимость температуры поверхности шара имеет вид $T(\theta) = T_0 \cos^2\theta$. Тогда каждая кольцевая полоска поверхности шара площадью $dS = Rd\theta \cdot 2\pi R_\perp = 2\pi R^2 \sin\theta\, d\theta$ будет излучать мощность

$$\sigma T^4(\theta) \cdot 2\pi R^2 \sin\theta\, d\theta = \sigma T^4(\theta) R^2 d\Omega(\theta),$$

где $d\Omega(\theta) = 2\pi \sin\theta\, d\theta$ – телесный угол,

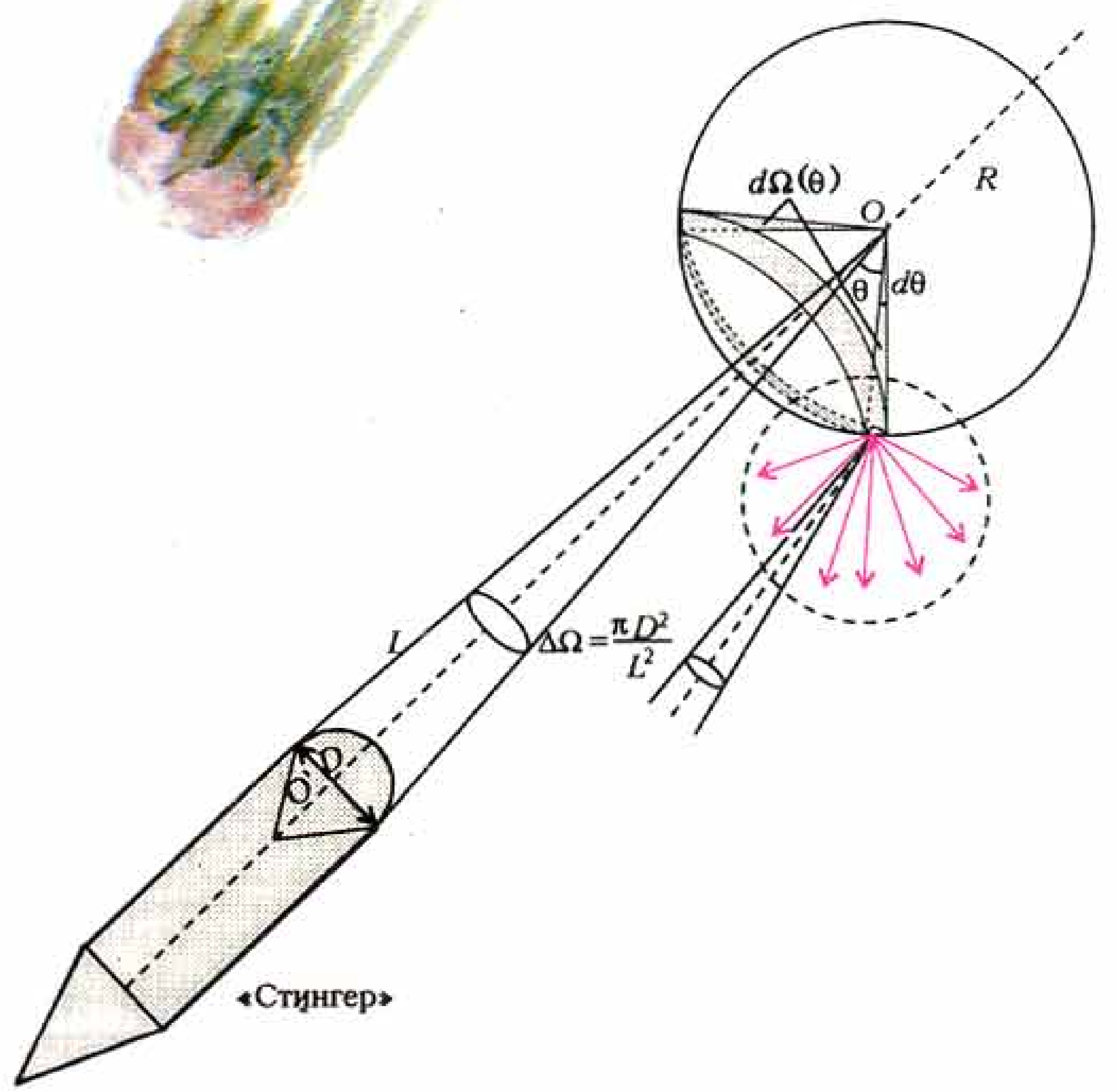


Рис. 1

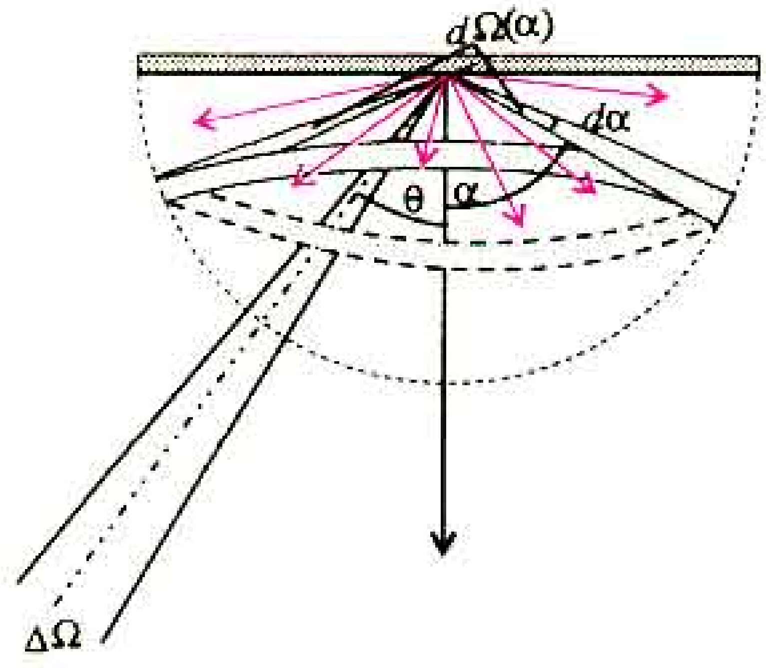


Рис. 2

под которым из центра шара видна выделенная нами полоска. Но эта мощность излучается во всех направлениях, что и показано на рисунке 1 пучком стрелок. А нам нужна только та часть этой мощности, которая попадает в «зрачок» головки «Стингера» диаметром $D$, т.е. та часть потока излучения, которая идет с любой точки поверхности шара внутри телесного угла $\Delta\Omega = \pi D^2/L^2$ (предполагается, что искомое расстояние $L$ велико и «зрачок» виден с любой точки шара под одним и тем же телесным углом). И тут нам не обойтись еще без одного понятия: яркости. Поясним его при помощи рисунка 2, где выделен плоский элемент поверхности $dS$. Мощность излучения в направлении, составляющем угол $\alpha$ с нормалью к этому элементу, и идущего внутри телесного угла $d\Omega(\alpha)$, считается пропорциональной телесному углу $d\Omega(\alpha)$, самой площади $dS$ и косинусу угла $\alpha$. А коэффициент пропорциональности $B$ (от английского слова brightness – яркость) и есть яркость. Запишем это:

$$dW(\theta) = B\,d\Omega(\alpha)\,dS\cos\alpha. \qquad (*)$$

(Эта зависимость имеет даже специальное название – закон Ламберта.) Если температура выделенной площадки $dS$ равна $T$, то во всех направлениях излучается мощность, равная, согласно закону Стефана – Больцмана, $\sigma T^4 dS$. Проинтегрируем выражение (*) по всем направлениям и приравняем к этой мощности. Используя выражение для телесного угла

$$d\Omega(\alpha) = 2\pi\sin\alpha\,d\alpha,$$

найдем

$$B\,dS\int_0^{\pi/2} 2\pi\sin\alpha\,d\alpha\cos\alpha = \sigma T^4 dS,$$

или, сократив на $dS$ и выполнив интегрирование

$$\int_0^{\pi/2}\sin\alpha\,d\alpha\cos\alpha =$$

$$= \int_0^{\pi/2}\cos\alpha\,d(-\cos\alpha) = -\frac{\cos^2\alpha}{2}\bigg|_0^{\pi/2} = \frac{1}{2},$$

получим

$$B = \frac{\sigma T^4}{\pi}.$$

Таким образом, яркость в $\pi$ раз меньше $\sigma T^4$. Но заметим, что у нее и другая размерность: в знаменателе стоит не просто $\pi$, а $\pi$ *стерадиан*! Разумеется, эта размерность – $Дж/(м^2\cdot с\cdot ср)$ – соответствует определению яркости (*).

Теперь соберем в (*) все, что нам нужно: только что полученное выражение для $B$, угловую зависимость температуры, телесный угол, в который идет излучение, попадающее в зрачок «Стингера», и проинтегрируем по всем полоскам на поверхности шара:

$$W =$$

$$= \int_{\theta=0}^{\pi/2}\frac{\sigma T_0^4}{\pi}\cos^8\theta\,\frac{\pi D^2}{L^2}\,2\pi R^2\sin\theta\,d\theta\cos\theta =$$

$$= \sigma T_0^4\,\frac{D^2}{L^2}\,2\pi R^2\int_0^{\pi/2}\cos^9\theta\,d(-\cos\theta) =$$

$$= \frac{\sigma T_0^4 D^2}{L^2}\,\frac{2\pi R^2}{10}.$$

Но $W \ge W_{\min}$. Это означает, что расстояние, на котором «Стингер» начнет «чувствовать» излучение шара, должно удовлетворять условию

$$L \le \sqrt{\frac{\sigma T_0^4}{W_{\min}}\,\frac{2\pi R^2}{10}\,D^2} =$$

$$= T_0^2 R\sqrt{\frac{\sigma/5}{W_{\min}/(\pi D^2)}}.$$

Примем, например,

$$T_0 = 1000\ К,\ R = 1\ м,$$

$$q_{\min} = W_{\min}/(\pi D^2) = 5\cdot10^{-7}\ Вт/м^2.$$

Тогда получим

$$L \le 10^6\cdot1\cdot\sqrt{\frac{5{,}67\cdot10^{-8}/5}{5\cdot10^{-7}}}\ м \approx$$

$$\approx 1{,}5\cdot10^5\ м = 150\ км.$$

Конечно, мы получили завышенную оценку. Ну хотя бы потому, что тепловое излучение происходит в широком интервале частот, содержащем, в частности, и видимые (нашим глазом) лучи, и ультрафиолетовые лучи, которых как раз «Стингер» не видит: его светофильтры пропускают только малую часть спектра, соответствующую инфракрасному излучению, которое не видим мы.