Вариант 5

1. $\pi n,\ \pm\frac{3\pi}{4}+2\pi k,\ n,k\in \mathbf{Z}$.

2. 1; 13. *Указание.* Выполните замену $t = |x-7|$.
3. $(-77; 3)$.
4. $48\pi\sqrt{11}$. *Указание.* Угол $AOC = 60^\circ$ (O — центр основания конуса).
5. (1; 6); (1; 7); (2; 7). *Указание.* Требуется найти все точки с целыми координатами, расположенные в криволинейном треугольнике (рис.5).

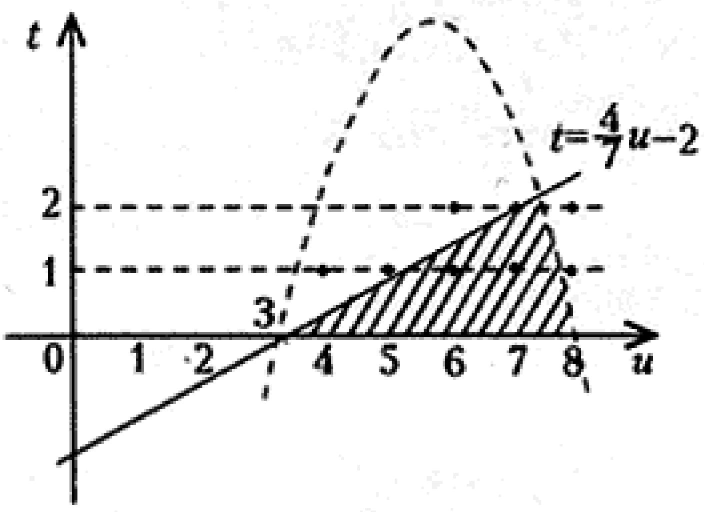

Рис. 5

Вариант 6

1. 47. 2. $\left(-2;-\sqrt{3}/3\right)\cup\left(\frac{\sqrt{3}}{3};2\right)$.

3. 2; 1/8. *Указание.* Прологарифмируйте уравнение по основанию 4 и выполните замену $t=\log_4 x$.

4. 0; π; $\frac{2\pi}{3}$; $\frac{4\pi}{3}$. *Указание.* Уравнение равносильно системе

$$\begin{cases} x+\sin x = x-\sin^2 x,\\ x+\sin x\ge 0,\\ -2\pi<x<2\pi.\end{cases}$$

Неравенство $x+\sin x\ge 0$ выполняется при $x\ge 0$ и неверно при всех $x<0$, так как функция $\varphi(x)=\sin x+x$ возрастает ($\varphi'(x)=1+\cos x\ge 0$, а $\varphi(0)=0$).

5. $4\sqrt{3}$. *Указание.* Из теоремы синусов находим $\sin\angle BAD = \sin\angle BAC$, затем $\sin\angle BAD$ и, наконец, BD.

6. 2; $\frac{1-\sqrt{2}}{2}$. *Указание.* Решая неравенство, удобно выполнить замену $y=\sqrt{x+a}$.

Вариант 7

1. 18. 2. -4 и -1. 3. $\frac{\pi}{14};\ \frac{3\pi}{14};\ \frac{5\pi}{14};\ \frac{9\pi}{14};\ \frac{11\pi}{14};\ \frac{13\pi}{14}$.

4. $(-\infty;-27)\cup\left(-1;-\frac{1}{27}\right)$.

5. (0; 0), (5; 1), $\left(-\frac{10}{3};\frac{2}{3}\right)$. *Указание.* Если $x=0$, то и $y=0$. При $x\ne 0$, $y\ne 0$ поделите одно уравнение на другое и выполните замену $t=\frac{x}{y}$.

6. $\frac{1}{15}$. 7. 108/5.

8. $a=-1$. *Указание.* При $b=0$ получаем $a^2=1$. При $a=1$ решения существуют не при всех b. Если $a=-1$, при любом b решением будет $x=0$.

Вариант 8

1. -6.
2. 7/2. *Указание.* Пусть $f(1)=f(0)=f(-1)=f(2)=f\left(\frac{10}{3}\right)=x$, тогда

$$\begin{cases} x^2-5x+\frac{21}{4}=0,\\ x^2-x-\frac{35}{4}=0.\end{cases}$$

3. $\frac{\pi}{6}+2\pi n,\ n\in\mathbf{Z}$.
4. $R\left(2\sqrt{2-\sqrt{2}}+\sqrt{2}\right)$. *Указание.* Из условия следует, что либо $\sin(\angle A-\angle B)=0$, либо $\sin(\angle B+\angle A)=1$. Последнее равенство невозможно (треугольник — не прямоугольный). Из первого равенства следует, что $\angle A=\angle B=\frac{\pi}{8}$, $\angle C=\frac{3\pi}{4}$.

5. 1) $a=2$; $b\notin\left\{\frac{1}{2};1;2\right\}$, если $a\ne 2$, $b=-1$.

2) $\frac{3\pm\sqrt{7}}{2}$.

Указание. 1) Условие коллинеарности векторов $\vec{u}$ и $\vec{v}$ при $a=2$ дает систему

$$\begin{cases} 1-2b\ne b-2,\\ 1-2b\ne 0,\\ b-2\ne 0,\end{cases}$$

а при $a\ne 2$ условия $b\ne 0$, $1-2b=b(b-2)$, т.е. $b=1$ или $b=-1$. Но при $b=1$ векторы $\vec{u}$ и $\vec{v}$ равны, а при $b=-1$ — противоположны.

2) Условие перпендикулярности, $(\vec{u},\vec{v})=0$, приводит к уравнению $(a-2)(2a^2-6a+1)=0$.

Вариант 9

1. $[-4;-1)\cup(1;2]$.
2. $(-1; 1)$.
3. 11000 тыс. р. и 12600 тыс. р. *Указание.* Следует выяснить, в каких пределах меняется величина $S=100(4m+6n)$ при условии $12m+15n=321$, где $m,\ n\in\mathbf{N}$ — количества изделий первого и второго типа соответственно.
4. $\pi n,\ \frac{\pi}{6}+2\pi k,\ n,k\in\mathbf{Z}$.
5. 5. *Указание.* Пусть AO пересекает окружность радиусом R в точках D и E (D — ближе к A, чем E). Тогда $AB\cdot AC = (AO-R)(AO+R)$.
6. $p=6$. *Указание.* Фигура, заданная неравенством, — параллелограмм с центром в точке $(-1; 2)$.

Вариант 10

1. $(-2; -2)$. 2. $\left(\frac{3}{4};1\right)$. 3. $x=\frac{\pi}{3}+4\pi k,\ k\in\mathbf{Z}$.

4. 10500 тыс. р. и 12600 тыс. р.

5. $BL=3\sqrt{2}$. *Указание.* Введите прямоугольную систему координат, положив $A=A(0;0)$, $C=C(8;0)$, $B=B(x;y)$, где $y>0$.

6. $\frac{5}{2}\pi<a\le\frac{7\pi}{2}$. *Указание.* При любом $a>0$ заданная фигура является многоугольником, симметричным относительно каждой из осей Ox и Oy. Часть границы этого многоугольника, содержащаяся в области $x\ge 0$, $y\ge 0$, является графиком

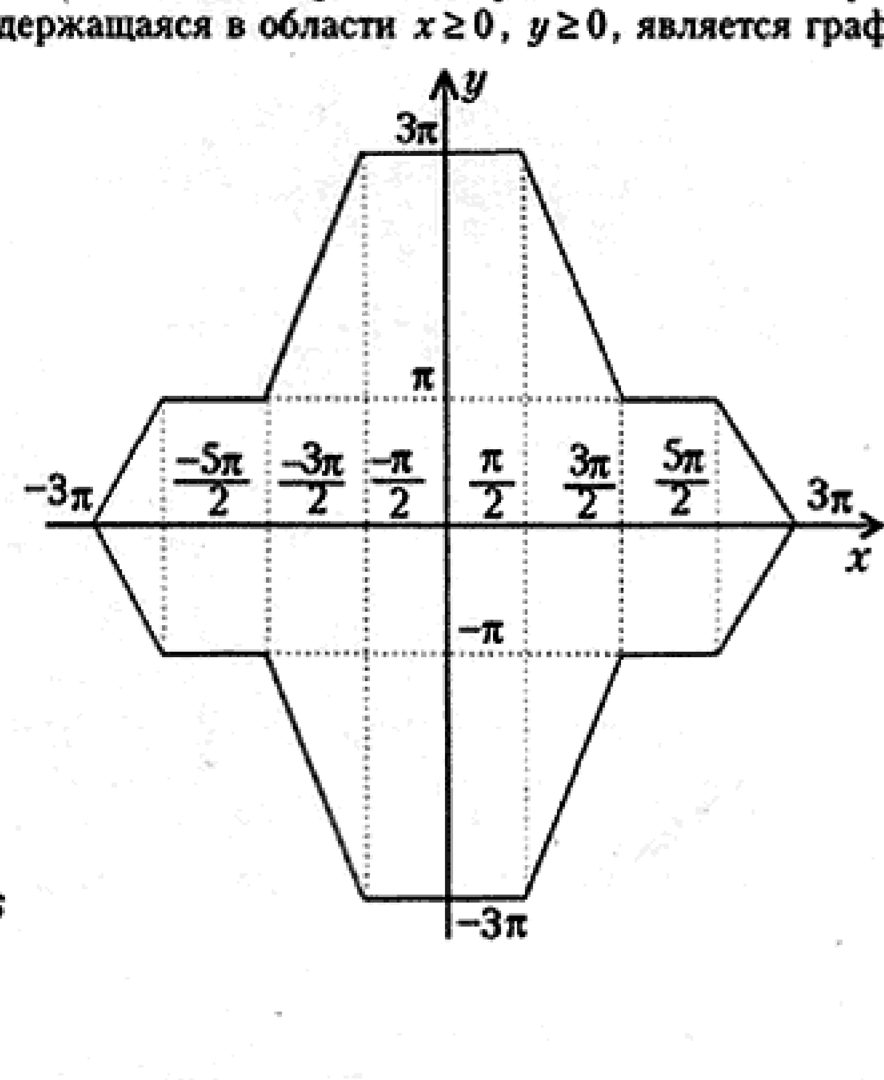

Рис. 6