КУБОК УФЫ ПО МАТЕМАТИКЕ

В 1995/96 учебном году в Уфе прошел очередной, третий по счету, розыгрыш Кубка города среди школьников по математике. В зачет этого соревнования вошли результаты Соросовской олимпиады, Турнира городов, городских командных олимпиад. По результатам Кубка подводятся личные итоги, называются лучшие учителя математики города Уфы, однако по духу и по основным результатам — это соревнование между школами, выявление лучшей между ними.

Победителями в этом году названы средняя школа 114, Первая уфимская политологическая гимназия и Республиканский башкирско-турецкий лицей.

Кубок с каждым годом приобретает все большую популярность — если в первый год в нем приняли активное участие около десятка школ, то в этом году соревнование стало по-настоящему массовым — команды почти всех средних учебных заведений Уфы выходили на старт тех или иных олимпиад.

Основа Кубка Уфы — городские командные олимпиады, которые в этом году прошли в параллелях 5—6, 7—8, 9, 10 и 11 классов. Особенность их в том, что задачи решаются не каждым школьником отдельно, а сборной командой школы, составленной из 3 человек. В начале соревнования (после ознакомления с правилами) предлагается задача и дается время (обычно от 5 до 10 минут) на ее решение. По истечении указанного времени листочки с ответами и краткими решениями собираются и рассказывается решение этой задачи. Затем предлагается новая задача, и все повторяется (обычно бывает до 10 задач). Пока участники решают очередную задачу, жюри проверяет решение предыдущей, и результат заносится на табло соревнований, что позволяет следить за ходом борьбы.

Уфимские городские олимпиады носят открытый характер — в них могут принять участие желающие из любого города Башкортостана и России. Так, в этом году наиболее успешно выступили гости — команда Белорецкой компьютерной школы, победившая в трех параллелях из пяти.

Аналогичные соревнования, видимо, можно проводить практически в любом населенном пункте, где есть хотя бы несколько школ. Это могут быть либо одноступенчатые олимпиады для маленьких городков, либо сложные многоступенчатые старты для крупных центров с развитым олимпиадным движением. Так, в Уфе приходится проводить городские олимпиады в два этапа: первый — районный и второй — собственно городской. Все участники Кубка разбиты на высшую и первую лиги, что обеспечивает интересную борьбу как среди лучших команд за места на пьедестале, так и среди тех, кто претендует на выход в высший эшелон.

Ниже приводятся некоторые задачи, предлагавшиеся на городских командных олимпиадах.

Задачи

1 (5 — 6 кл.). У Атоса на 10 ливров больше, чем у Портоса, а если Атос даст 15 ливров Арамису, то у Арамиса будет столько, сколько у Портоса. Смогут ли они втроем, сложившись, купить лошадь для д'Артаньяна за 40 ливров?

2 (5 — 6 кл.). Определите угол между часовой и минутной стрелками в 23 : 45.

3 (5 — 6 кл.). Известно, что доля блондинов среди голубоглазых больше, чем доля блондинов среди всех людей. Что больше — доля голубоглазых среди блондинов или доля голубоглазых среди всех людей?

4 (5 — 6 кл.). В клетках квадрата 3×3 стоят числа 1, ..., 9 так, что суммы по всем вертикалям, горизонталям и диагоналям одинаковы. Какие числа могут стоять в центральном квадрате?

5 (5 — 6 кл.). Автобусы отправляются с конечной остановки с интервалом в 1 минуту. Сколько встречных автобусов можно увидеть из окна, если доехать от одной конечной остановки до другой? Время в пути — 1 час.

6 (9 кл.). Решите уравнение

$$x^2-5x-4\sqrt{x}+13=0.$$

7 (9 кл.). Волк гонится за зайцем вниз по эскалатору (который движется вниз) и бежит в два раза быстрее зайца. Один из них пробежал 60 ступенек, другой — 40. Дежурный остановил эскалатор. Сколько ступенек на неподвижном эскалаторе?

8 (9кл.). Дано число 123456789101112... Какая цифра стоит на 1996-м месте?

9 (9 кл.). Вершина A квадрата $ABCD$ расположена в центре квадрата $MNPQ$, а сторона AB отсекает $1/5$ часть стороны MN. Найдите площадь пересечения квадратов, если $AB = 25$, $QP = 18$.

10 (9 кл.). Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x-\sqrt{y}=1,\\ y-\sqrt{z}=1,\\ z-\sqrt{x}=1. \end{cases}$$

11 (9 кл.). Найдите минимальное значение выражения

$$x^6+2x^4+2x^3+x^2+2x-1.$$

12 (10 кл.). Отрезки AB, BC, CD являются хордами одной окружности. Точки M, N, K — их середины соответственно. Известно, что $\angle CKN = 44°$, $\angle KCN = 77°$, $\angle MBN = 66°$. Найдите $\angle NMB$.

13 (10 кл.). Найдите семизначное число, первая цифра которого равна количеству нулей в этом числе, вторая — количеству единиц, и т.д.

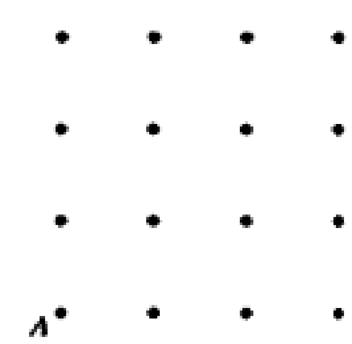
14 (10 кл.). Коля и Вася живут в одном доме. В каждом подъезде по 4 квартиры на этаже. Коля живет на пятом этаже в 83 квартире, Вася — на третьем в 169 квартире. Сколько этажей в доме?

15 (10 кл.). Упростите выражение

$$\sqrt{\sqrt{6}+2\sqrt{3}+\sqrt{2}+4{,}5}.$$

16 (11 кл.). Переднее колесо велосипеда изнашивается через 2000 км, а заднее — через 3000 км. Какое максимальное расстояние можно проехать на одной паре колес?

17 (11 кл.). Даны точки, расположенные так, как показано на рисунке.



Сколько существует невырожденных треугольников (т.е. треугольников, у которых вершины не лежат на одной прямой) с вершинами в данных точках, одна из которых совпадает с A?

18 (11 кл.). Прямая DA касается окружности в точке A, а хорда BC параллельна DA. Прямые DB и DC вторично пересекают окружность в точках K и L. Докажите, что прямая KL делит отрезок DA пополам.

19 (11 кл.). Найдите остаток от деления $x^{1996}+x+1$ на x^2-1.

20 (11 кл.). Докажите, что $2n$ точек на плоскости, никакие три из которых не лежат на одной прямой, можно попарно соединить n непересекающимися отрезками.

21 (11 кл.). Найдите

$$S_n=1\cdot2+1\cdot3+\ldots+1\cdot n+$$
$$+\,2\cdot3+\ldots+(n-1)\cdot n.$$

Публикацию подготовил
Ш.Цыганов