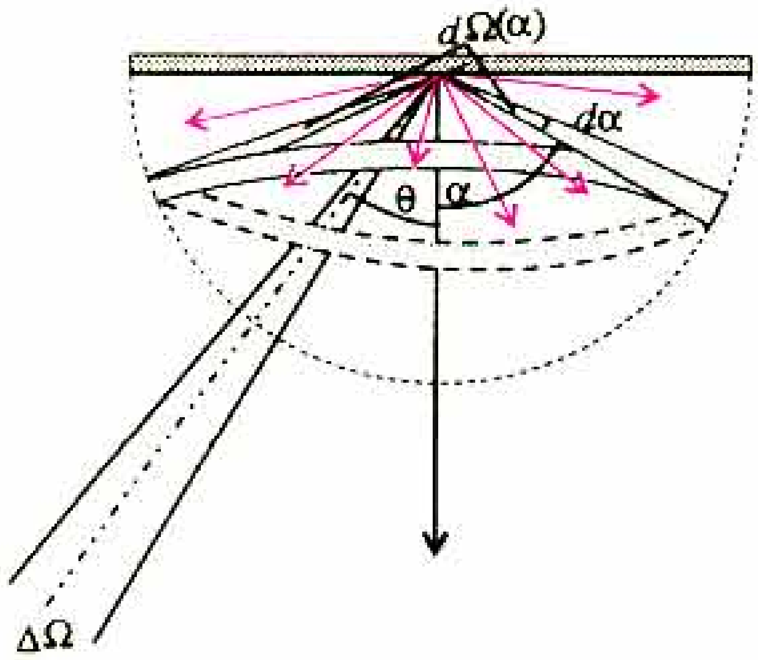

Рис. 2

под которым из центра шара видна выделенная нами полоска. Но эта мощность излучается во всех направлениях, что и показано на рисунке 1 пучком стрелок. А нам нужна только та часть этой мощности, которая попадает в «зрачок» головки «Стингера» диаметром D, т.е. та часть потока излучения, которая идет с любой точки поверхности шара внутри телесного угла $\Delta\Omega = \pi D^2/L^2$ (предполагается, что искомое расстояние L велико и «зрачок» виден с любой точки шара под одним и тем же телесным углом). И тут нам не обойтись еще без одного понятия: яркости. Поясним его при помощи рисунка 2, где выделен плоский элемент поверхности dS. Мощность излучения в направлении, составляющем угол α с нормалью к этому элементу, и идущего внутри телесного угла $d\Omega(\alpha)$, считается пропорциональной телесному углу $d\Omega(\alpha)$, самой площади dS и косинусу угла α. А коэффициент пропорциональности B (от английского слова brightness – яркость) и есть яркость. Запишем это:

$$dW(\theta) = B\,d\Omega(\alpha)\,dS\cos\alpha. \qquad (*)$$

(Эта зависимость имеет даже специальное название – закон Ламберта.) Если температура выделенной площадки dS равна T, то во всех направлениях излучается мощность, равная, согласно закону Стефана – Больцмана, $\sigma T^4 dS$. Проинтегрируем выражение $(*)$ по всем направлениям и приравняем к этой мощности. Используя выражение для телесного угла

$$d\Omega(\alpha) = 2\pi\sin\alpha\,d\alpha,$$

найдем

$$B\,dS\int_0^{\pi/2} 2\pi\sin\alpha\,d\alpha\cos\alpha = \sigma T^4 dS,$$

или, сократив на dS и выполнив интегрирование

$$\int_0^{\pi/2}\sin\alpha\,d\alpha\cos\alpha = \int_0^{\pi/2}\cos\alpha\,d(-\cos\alpha) = -\frac{\cos^2\alpha}{2}\bigg|_0^{\pi/2} = \frac{1}{2},$$

получим

$$B = \frac{\sigma T^4}{\pi}.$$

Таким образом, яркость в π раз меньше σT^4. Но заметим, что у нее и другая размерность: в знаменателе стоит не просто π, а π *стерадиан*! Разумеется, эта размерность – $Дж/(м^2\cdot с\cdot ср)$ – соответствует определению яркости $(*)$.

Теперь соберем в $(*)$ все, что нам нужно: только что полученное выражение для B, угловую зависимость температуры, телесный угол, в который идет излучение, попадающее в зрачок «Стингера», и проинтегрируем по всем полоскам на поверхности шара:

$$W = \int_{\theta=0}^{\pi/2}\frac{\sigma T_0^4}{\pi}\cos^8\theta\,\frac{\pi D^2}{L^2}\,2\pi R^2\sin\theta\,d\theta\cos\theta = \sigma T_0^4\frac{D^2}{L^2}2\pi R^2\int_0^{\pi/2}\cos^9\theta\,d(-\cos\theta) = \frac{\sigma T_0^4 D^2}{L^2}\,\frac{2\pi R^2}{10}.$$

Но $W \ge W_{\min}$. Это означает, что расстояние, на котором «Стингер» начнет «чувствовать» излучение шара, должно удовлетворять условию

$$L \le \sqrt{\frac{\sigma T_0^4}{W_{\min}}\,\frac{2\pi R^2}{10}\,D^2} = T_0^2 R\sqrt{\frac{\sigma/5}{W_{\min}/(\pi D^2)}}.$$

Примем, например,

$$T_0 = 1000\ \text{К},\ R = 1\ \text{м},$$

$$q_{\min} = W_{\min}/(\pi D^2) = 5\cdot10^{-7}\ \text{Вт/м}^2.$$

Тогда получим

$$L \le 10^6\cdot 1\cdot\sqrt{\frac{5{,}67\cdot10^{-8}/5}{5\cdot10^{-7}}}\ \text{м} \approx 1{,}5\cdot10^5\ \text{м} = 150\ \text{км}.$$

Конечно, мы получили завышенную оценку. Ну хотя бы потому, что тепловое излучение происходит в широком интервале частот, содержащем, в частности, и видимые (нашим глазом) лучи, и ультрафиолетовые лучи, которых как раз «Стингер» не видит: его светофильтры пропускают только малую часть спектра, соответствующую инфракрасному излучению, которое не видим мы.