ресекаются в восьми точках — вершинах прямоугольного параллелепипеда (рис.1). Точки C и C' должны (так же как A и A', B и B') лежать в некоторых двух противоположных вершинах этого параллелепипеда. Соответственно (быть может, поменяв обозначения точек A и B), мы получаем единственный возможный пример — октаэдр $ABCA'B'C'$, вершины которого — это шесть вершин прямоугольного параллелепипеда $ABCDD'C'A'B'$ (рис.2). У этого октаэдра, очевидно, ровно шесть прямых двугранных углов — при ребрах AB, BC, CA', $A'B'$, $B'C'$, $C'A$ (и шесть — тупых).

Н.Васильев

По следам наших публикаций

В третье номере «Кванта» за 1996 год опубликовано решение задачи М1526. Наш читатель В.Данилов из Иркутска прислал в редакцию короткое изящное решение, отличное от приведенного нами. Вот оно.

Неравенство задачи эквивалентно следующему:

$$s_2 = \frac{x^2}{y+z} + \frac{y^2}{z+x} + \frac{z^2}{x+y} \geq \frac{3}{2}$$

при положительных x, y, z таких, что $xyz = 1$.

Как известно,

$$s_1 = \frac{x}{y+z} + \frac{y}{z+x} + \frac{z}{x+y} \geq \frac{3}{2} \qquad (*)$$

при любых положительных x, y, z (некоторые простые доказательства (*) приведены нами при решении М1526).

С помощью (*) получаем:

$$s_2 = (x+y+z-y-z)\,x/(y+z) +$$
$$+(x+y+z-z-x)y/(z+x)+(x+y+z-x-y)z/(x+y) =$$
$$=(x+y+z)s_1-(x+y+z) \geq (x+y+z)/2 \geq 3/2.$$

Ф1578. *Колесо состоит из тонкого обода массой M, очень легких спиц и оси массой m. Колесо ставят на наклонную плоскость, составляющую угол α с горизонтом, и отпускают, при этом оно катится по наклонной плоскости без проскальзывания. Какую скорость будет иметь колесо к тому моменту, когда оно проедет расстояние L? При каком минимальном значении коэффициента трения возможно движение колеса без проскальзывания?*

Проще всего решать эту задачу из энергетических соображений. Запишем выражение для энергии колеса, которое катится без проскальзывания со скоростью v:

$$W = \frac{mv^2}{2} + \frac{Mv^2}{2} + \frac{Mv^2}{2}.$$

Последние два слагаемых — это кинетическая энергия поступательно движущегося обруча массой M и энергия его вращения вокруг центра.

Если колесо проехало расстояние L вдоль наклонной плоскости, то центр его опустился на $h = L\sin\alpha$ и уменьшение потенциальной энергии равно приращению кинетической (считаем от начала движения):

$$(M+m)gL\sin\alpha = \frac{mv^2}{2} + Mv^2.$$

Отсюда найдем искомую скорость колеса:

$$v = \sqrt{\frac{2(M+m)gL\sin\alpha}{2M+m}}.$$

Для равноускоренного движения колеса справедливы кинематические соотношения $L = at^2/2$ и $v = at$, откуда для ускорения получаем

$$a = \frac{(M+m)g\sin\alpha}{2M+m}.$$

Это — ускорение центра масс, оно определяется суммарной силой, приложенной к колесу. Вдоль наклонной плоскости на колесо действуют соответствующая составляющая силы тяжести и сила трения. Для минимального коэффициента трения сила трения просто выражается через величину силы нормальной реакции и коэффициент трения. Тогда имеем

$$(M+m)g\sin\alpha - \mu(M+m)g\cos\alpha = (M+m)a,$$

и

$$\mu = \frac{M\operatorname{tg}\alpha}{2M+m}.$$

А.Зильберман

Ф1579. *В вертикальном сосуде под тяжелым поршнем находится некоторое количество двухатомного газа. Сосуд обладает хорошей теплопроводностью, температура окружающей среды T_0 постоянна. При этой температуре происходит необратимая диссоциация молекул газа, причем энергия взаимодействия атомов в молекуле составляет ε в расчете на один моль. Какое количество теплоты получит газ от окружающей среды за большой интервал времени? Начальные значения давления и объема составляют p_0 и V_0 соответственно.*

Для начального состояния газа можно записать

$$p_0V_0 = \nu RT_0.$$

После диссоциации число молей удвоилось. Это означает, что при постоянном давлении и неизменной температуре увеличится в два раза объем газа. Тогда газ совершит работу $A = p_0V_0$, а внутренняя энергия газа увеличится от $U_1 = 2{,}5\nu RT_0$ до $U_2 = 1{,}5\cdot 2\nu RT_0$. Для диссоциации всей порции газа потребуется приток энергии $\nu\varepsilon$. Таким образом, всего газ получит количество теплоты

$$Q = A + U_2 - U_1 + \nu\varepsilon = p_0V_0\left(\frac{3}{2} + \frac{\varepsilon}{RT_0}\right).$$

Тут есть небольшая тонкость — энергия диссоциации может учитывать приращение внутренней энергии, подобно тому как, скажем, удельная теплота испарения воды включает работу по расширению водяного пара при атмосферном давлении. Тогда одно из слагаемых нужно исключить.

З.Рафаилов

Ф1580. *Четыре одинаковых шарика массой M каждый связаны жесткими невесомыми стержнями одной и той же длины и образуют квадрат со стороной d. Шарики заряжают, причем два из них имеют заряды Q, два других — заряды противоположного знака, т.е. $-Q$. Всю конструкцию помещают в однородное электрическое поле напряженностью E и отпускают. Какую максимальную скорость может иметь один из шариков в процессе движения?*

Ясно, что система может только вращаться вокруг своего центра. Максимальная энергия вращения получит-