

Рис.2

Ф1594. На оси может вращаться блок, состоящий из двух склеенных дисков радиусов R и $2R$ (рис.2). Длинная нить закреплена одним концом на окружности малого диска и на этот диск намотано несколько витков, а другой конец нити образует петлю, удерживающую нижний блок, диаметр которого подобран так, что все свешивающиеся концы нити вертикальны. К подвижному блоку привязан груз массой M , к свободному концу длинной нити прикреплен груз массой $3M$. Найдите ускорения грузов. Блоки и нити невесомые, трение в осях отсутствует, движение считать происходящим в плоскости, перпендикулярной осям блоков.

Решение. Пусть a — ускорение груза $3M$, b — ускорение груза M . Тогда ускорение нити, к которой привязан груз M , равно $2b$. По закону сохранения энергии имеем:

А.Блоков

Ф1595. В вертикальном сосуде под тяжелым поршнем находится небольшое количество гелия. Атмосферное давление отсутствует, поршень «висит» над дном сосуда на высоте H . Поршень очень быстро поднимают на высоту $10H$ относительно дна сосуда и отпускают. На какой высоте над дном сосуда он установится после того, как его колебания затухнут? Сосуд теплонепроницаемый, теплоемкостью стенок и поршня можно пренебречь. Трение поршня о стенки пренебрежимо мало. Несколько лишних для этой задачи данных: масса поршня M , ускорение свободного падения g , площадь дна сосуда S . Что понимать в условии под выражением «очень быстро поднимают»? Как изменится ответ, если поднимать поршень очень медленно?

Р.Александров

Ф1596. Нелинейный двухполюсник имеет «квадратичную» вольт-амперную характеристику — напряжение между его выводами пропорционально квадрату текущего через него тока. Двухполюсник подключают к батарее напряжением \mathcal{E} последовательно с вольтметром, при этом вольтметр показывает половину напряжения батареи. Параллельно двухполюснику подключают еще один такой же вольтметр. Найдите показания обоих вольтметров. Внутреннее сопротивление батареи считать малым.

З.Рафаилов

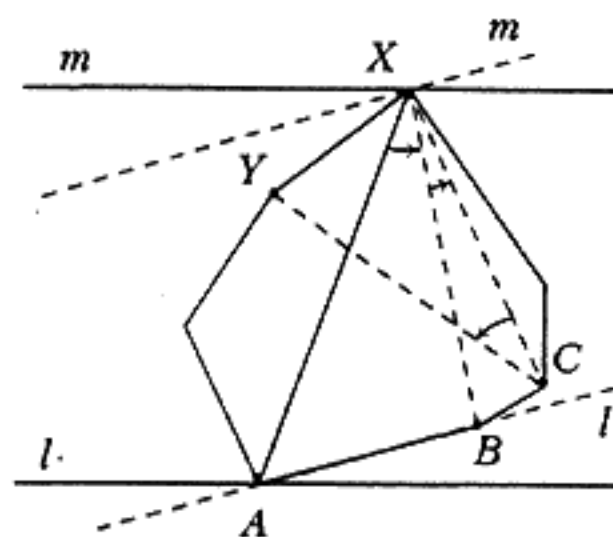
Ф1597. На цилиндрический железный сердечник намотана катушка, ее выводы подключены к источнику переменного напряжения. На оси катушки расположен виток в форме квадрата размером $d \times d$, сделанный из тонкого провода с очень высоким сопротивлением; плоскость квадрата перпендикулярна оси. Точно такой же квадрат расположен параллельно первому, но чуть дальше от катушки — расстояние между квадратами составляет $d/8$. Сила тока через «ближний» виток составляет I_0 , через «дальний» — чуть меньше, а именно $0,98I_0$. Витки раздвигают параллельно так, что расстояние между ними составляет теперь d — получают как бы две противоположные грани куба. Полученный «куб» поворачивают на 90° , и теперь витки образуют боковые грани куба, параллельные оси катушки, при этом центр системы все время остается на месте. Какие токи текут по виткам в этом случае?

А.Зильберман

Решения задач М1561 — М1570, Ф1578 — Ф1582

М1561. Дан выпуклый многоугольник, никакие две стороны которого не параллельны. Для каждой из его сторон рассмотрим угол, под которым она видна из вершины, наиболее удаленной от прямой, содержащей эту сторону. Докажите, что сумма всех таких углов равна 180° .

Решение. Проведем горизонтальные опорные прямые для нашего многоугольника l и m — т.е. прямые, проходящие через некоторые его вершины, но не содержащие его внутренних точек. Будем считать, что среди сторон многоугольника нет горизонтальных; тогда l и m со-



держат по одной вершине — на нашем рисунке A и X . Назовем диагональ (или сторону) AX ведущим отрезком для опорных прямых l и m . Будем поворачивать прямые l и m против часовой стрелки так, чтобы они оставались параллельными и опорными, и следить за тем, как меняется ведущий отрезок. Впервые такое «переключение» произойдет, когда одна из прямых l или m попадет на сторону многоугольника — на нашем рисунке l попадает на сторону AB , после чего ведущим станет отрезок XB . Заметим, что ведущий отрезок повернулся против часовой стрелки на угол AXB — как раз на тот угол, под которым сторона AB видна из самой далекой от нее вершины X (расстояние от других вершин до прямой AB меньше, чем расстояние между параллельными прямыми $l = AB$ и m в момент этого первого переключения). За то время, пока прямые l и m повернутся на 180° и поменяются местами, произойдет ровно столько переключений, сколько сторон у многоугольника — каждая из них однажды побывает в роли AB , — а ведущий отрезок займет положение XA , т.е. повернется на 180° . (При этом концы отрезка побывают ровно по одному разу в каждой вершине, один из них — по одну сторону от AX , другой — по другую.) Отсюда следует утверждение задачи: сумма углов поворота равна 180° .

Замечание. Если у многоугольника есть пары параллельных сторон, то утверждение останется верным, если под углом, соответствующим стороне $AB \parallel CD$, понимать полусумму углов ACB и ADB .

Н.Васильев, М.Смуров

М1562. Можно ли прямоугольник 5×7 покрыть уголками из трех клеток (т.е. фигурками, которые получаются из квадрата 2×2 удалением одной клетки), не выходящими за его пределы, в несколько слоев так, чтобы каждая клетка прямоугольника была покрыта одинаковым числом клеток, принадлежащих уголкам?