(≈ -273 °C). Если $\alpha < 0$ и $t > t_{max} = 1/|\alpha|$, то уравнение (1) опять приводит к отрицательным значениям. Но для углерода, например, $\alpha \approx -0{,}0005$ 1/°C, значит, $t_{max} \approx 2000$ °C — скажем прямо, очень высокая температура. Таким образом, линейное соотношение (1) является вполне практичным.

Тепловое равновесие наступает, если тепловая энергия, выделяемая в единицу времени в электрической цепи, равна тепловой мощности, уходящей из резистора в окружающую среду. Для простоты полагаем, что уходящая мощность равна

$$P_{ух} = A(t - t_{окр}), \qquad (2)$$

где $t_{окр}$ — температура окружающего воздуха, а коэффициент A — положительная постоянная величина, называемая коэффициентом теплоотдачи. Уравнение (2) является точным, если тепло отдается в среду путем конвекции (перемешивания нагретых и прохладных слоев воздуха). Такой механизм теплообмена преобладает, когда температура не очень высокая. В противном случае на первое место выходит тепловое излучение. Это совсем не плохо, а даже очень хорошо, иначе тепловая энергия Солнца не смогла бы достичь нашей планеты (из-за космического вакуума). Тем не менее, в данном случае простота математических выкладок важнее их абсолютной точности. Нам надо получить лишь качественные соотношения, поэтому не будем усложнять уравнение теплоотдачи, а наоборот еще более упростим его, предположив, что температура окружающего воздуха равна 0 °C. Тогда

$$P_{ух} = At. \qquad (2')$$

С другой стороны, тепловая мощность электрического тока, как известно, равна

$$P_т = \frac{U^2}{R}. \qquad (3)$$

Используя выражения (1), (2′) и (3), запишем уравнение теплового равновесия:

$$\frac{U^2}{R_0(1+\alpha t)} = At, \qquad (4)$$

которое легко преобразуется в эквивалентное квадратное уравнение

$$\alpha t^2 + t - \frac{U^2}{R_0 A} = 0 \qquad (5)$$

с двумя действительными решениями при условии $\alpha > 0$ (т.е. для металлов):

$$t_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4\alpha U^2/(R_0 A)}}{2\alpha}.$$

Решение t_2 (со знаком минус перед радикалом) является отрицательным (ниже условленной температуры окружающего воздуха), и здравый смысл подсказывает, что этим решением лучше пренебречь. Однако проведем более основательный анализ.

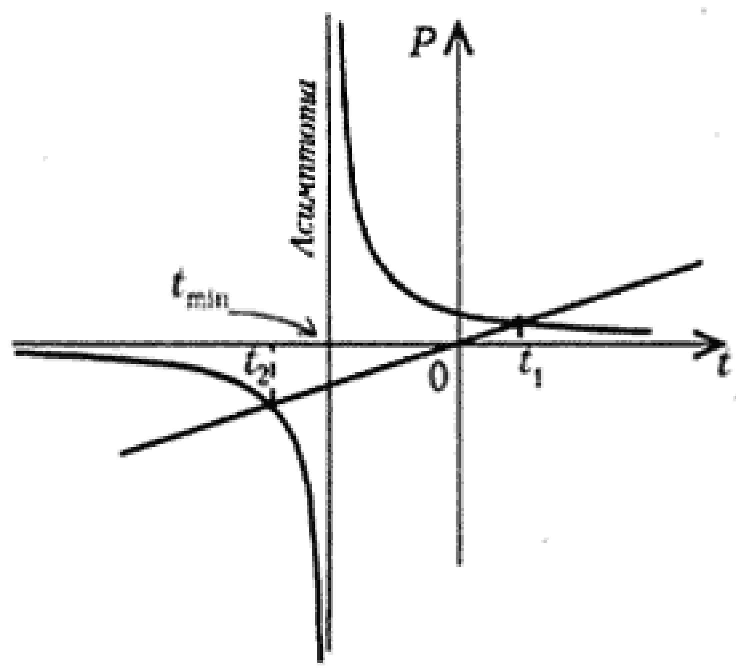

Рис. 3

Для этого решим уравнение (4) графически — в плоскости с прямоугольной системой координат t и P (рис.3, температура отложена по оси абсцисс, тепловая мощность — по оси ординат). Левая часть уравнения (4) — это гипербола (две ее ветви разделены асимптотой (в данном случае вертикальной прямой линией). Правая часть уравнения (4) — прямая линия, проходящая через начало координат (0, 0). Решениями являются две точки пересечения прямой с гиперболой. Их абсциссы соответствуют корням квадратного уравнения (5). Поскольку асимптота имеет абсциссу $t_{min} = -\frac{1}{\alpha}$, то отрицательный корень (расположенный левее асимптоты) лишен физического смысла (исходное уравнение (1) в этом случае неверно).

Если $\alpha < 0$, то ситуация становится вполне экзотической. Так, уравнение (5) вообще не имеет действительных решений, если

$$D = \frac{4|\alpha|U^2}{R_0 A} > 1 \qquad (6)$$

($|\alpha|$ — абсолютное значение величины α). С физической точки зрения это означает, что тепловое равновесие невозможно, так как электрически производимая тепловая мощность больше мощности, отдаваемой в окружающую среду. В результате температура резистора будет повышаться, пока он не расплавится. Чтобы избежать катастрофы (сделать безразмерный параметр D меньше 1), можно увеличить коэффициент теплоотдачи A. На практике это достигается с помощью принудительной вентиляции. Вот почему во многих электронных устройствах (например, компьютерах), где много полупроводниковых элементов, установлены внутренние вентиляторы. (Перед второй мировой войной полупроводники были курьезом, представляющим лишь исследовательский интерес. В начале 50-х годов, с открытием транзистора, они получили необычайно широкое применение.)

Перейдем теперь от «плохого» условия (6) к «хорошему» условию

$$D = \frac{4|\alpha|U^2}{R_0 A} < 1. \qquad (7)$$

В этом случае уравнение (5) имеет два действительных положительных корня:

$$t_{2,1} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - D}}{2|\alpha|}. \qquad (8)$$

Интуиция подсказывает, что один из них не имеет практического значения. Опять — проблема выбора!

Заметим, что в этом и состоит основное отличие физика от «чистого» (не прикладного) математика. Первый знает, чем и когда пренебречь, чтобы быстро получить полезный результат. Второй «вынужден» долго искать точные решения.

Наш следующий шаг — проверить оба решения на устойчивость. Только устойчивое тепловое равновесие имеет практическое значение. На рисунке 4 кривая линия (гипербола) характеризует левую часть уравнения (4). Правая часть этого уравнения представлена тремя возможными прямыми, которые соответствуют случаям «сильной» (когда верно условие (7)) «средней» и «слабой» (условие (6)) теплоотдачи. Заметим, что асимптота здесь имеет абсциссу $t_{max} = \frac{1}{|\alpha|}$, т.е. та часть координатной плоскос-