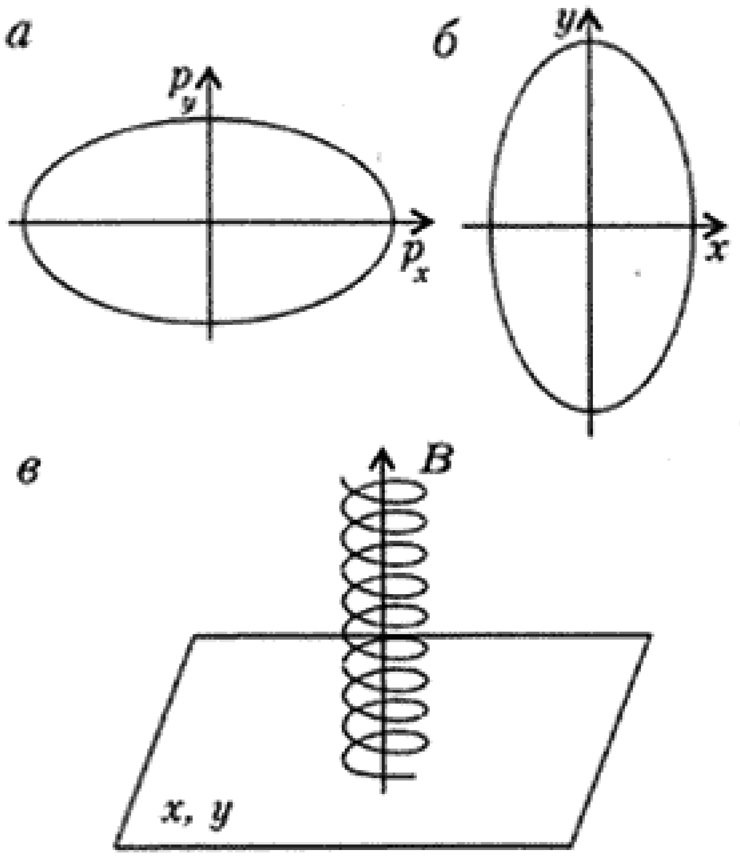

Рис.5. Траектория электрона: а) в пространстве импульсов, б) в координатном пространстве (точнее — проекция траектории на плоскость, перпендикулярную магнитному полю). На самом деле электрон движется по спирали (в)

определения m^* имеем $m^* = m$ (!) — выражение для эффективной массы прошло проверку предельным переходом.

Может (и должен) возникнуть естественный вопрос: почему мы не учитываем квантования движения электрона по замкнутой орбите? Должны учитывать. Но если длина траектории значительно превышает длину волны де Бройля электрона $\hbar/p_F$, то расстояния между дискретными квантованными уровнями энергии малы и пренебрежение квантованием с большой точностью оправдано.

Многие свойства металлов исследованы на основании классического приближения, т.е. по существу на основании тех формул, которые мы здесь выписали. Законность такого подхода подтверждается оценкой. Для простоты проведем ее, считая, что траектория — окружность. Ее радиус равен $\frac{p_F}{eB}$, и условие, разрешающее использовать классическую (а не квантовую) механику, можно записать так:

$$\frac{p_F}{eB} \gg \frac{\hbar}{p_F}. \qquad (11)$$

Но $p_F{}^2/m \sim \varepsilon_F$, а $e\hbar/m = \mu$ — магнитный момент электрона. Электрон имеет не только заряд, но и обладает магнитным моментом, т.е. создает вокруг себя не только электрическое, но и магнитное поле. (Величина магнитного момента электрона $\mu \sim 10^{-23}$ Дж/Тл. Это — очень маленький магнитный момент (магнитный момент 1 см^3 обычного магнита приблизительно в 10^{21} раз больше), но это ведь магнитный момент *одного* электрона.) Тогда условие (11) переписывается в виде

$$\mu B \ll \varepsilon_F. \qquad (12)$$

А так как $\varepsilon_F \sim 10^{-19}$ Дж, то это означает, что $B \ll 10^4$ Тл. При всех применяемых в физических экспериментах магнитных полях условия (11), (12) выполнены.

Но для того, о чем речь пойдет ниже, необходимо учесть именно квантование движения электрона в магнитном поле. Для этого мы воспользуемся формулой, постулированной Нильсом Бором, когда он пытался объяснить структуру спектра атомов:

$$\varepsilon_{n+1} - \varepsilon_n = \hbar\omega,$$
$$n \text{ — целые числа} \gg 1, \qquad (13)$$

где $\omega = \frac{2\pi}{T_B}$ — круговая частота *классического* движения. Когда была создана логически непротиворечивая квантовая механика (Э.Шрёдингер, В.Гейзенберг), условие (13) было строго получено в той главе квантовой механики, которая была названа ***квазиклассическое приближение***.

Итак, из (13) и (10) следует ($\Delta\varepsilon = \varepsilon_{n+1} - \varepsilon_n$):

$$\Delta\varepsilon \frac{\partial S}{\partial \varepsilon} = \frac{|e|B\hbar}{m^*} \cdot 2\pi m^* = 2\pi\hbar|e|B,$$
$$\text{или } \Delta S = 2\pi\hbar|e|B,$$

а

$$S(\varepsilon, p_B) = 2\pi\hbar|e|B\left(n + \frac{1}{2}\right),$$
$$n \text{ — целые числа} \gg 1. \; (14)$$

Мы воспользовались тем, что $\Delta\varepsilon$ при $n \gg 1$ значительно меньше ε, а $1/2$ *приписали*, чтобы результат точнее согласовался с более строгой теорией (ее мы упомянули). Условие ***квантования площадей*** (14) впервые было выведено Ильей Михайловичем Лифшицем в 1950 году и носит его имя.[7] Формуле (14) можно придать другой вид, если от траектории в импульсном пространстве перейти к проекции траектории в координатном пространстве на плоскость, перпендикулярную магнитному полю. Площадь S_r, которую окружает проекция траектории, есть $\left(\frac{1}{eB}\right)^2 S$, и

$$BS_r = \frac{2\pi\hbar}{|e|}\left(n + \frac{1}{2}\right),$$
$$n \text{ — целые числа} \gg 1. \qquad (15)$$

Но произведение «магнитное поле × ×площадь» есть поток магнитного поля. Условие (15) означает: электрон движется по траектории, охватывающей полуцелое число квантов потока магнитного поля $\Phi_0 = \frac{2\pi\hbar}{|e|}$. Подчеркнем: не поток магнитного поля квантуется, а траектория подстраивается под величину потока так, что

$$\Phi = \Phi_0\left(n + \frac{1}{2}\right). \qquad (16)$$

На рисунке 6 изображены квантованные траектории на поверхности Ферми (поверхность просто придумана). Еще одно утверждение, которое придется принять на веру (кажется последнее). Среди квантованных значений площади существенны для дальнейшего те, которым на поверхности Ферми соответствует экстремум по p_B (максимум или минимум — не так важно; лишь бы $\frac{\partial S}{\partial p_B} = 0$).

Теперь обратимся к рисунку 7, взятому из экспериментальных работ. На нем изображена зависимость магнитной восприимчивости монокристаллов рения (а) и серебра (б) от магнитного поля. Обратить внимание надо на то, что кривая, изображающая эту зависимость, *осциллирует*. Зависимость снята при температуре, близкой к абсолютному нулю. Осциллирующая зависимость магнитного момента и/или магнитной восприимчивости от магнитного поля носит название эффекта де Гааза — ван Альфена. Осцилляционные эффекты характерны практически для всех металлов. Для их наблюдения нужны хорошие, чистые монокристаллы металла, низкая температура и достаточно сильное магнитное поле, чтобы величина μB превышала kT, оставаясь малой по сравнению с ε_F.

В чем причина осцилляции, т.е. периодической зависимости от магнитного поля B? В повторяемости ситуации при изменении значения $\frac{1}{B}$ на величину $\frac{2\pi|e|\hbar}{S^F_{extr}}$, где S^F_{extr} — значение экстремальной по p_B пло-

[7] *Часто говорят «условие Лифшица — Онсагера». Л.Онсагер (1903—1976, Нобелевская премия по химии 1968 г.) вывел ее независимо и чуть позже (1952 г.).*