а

б

в

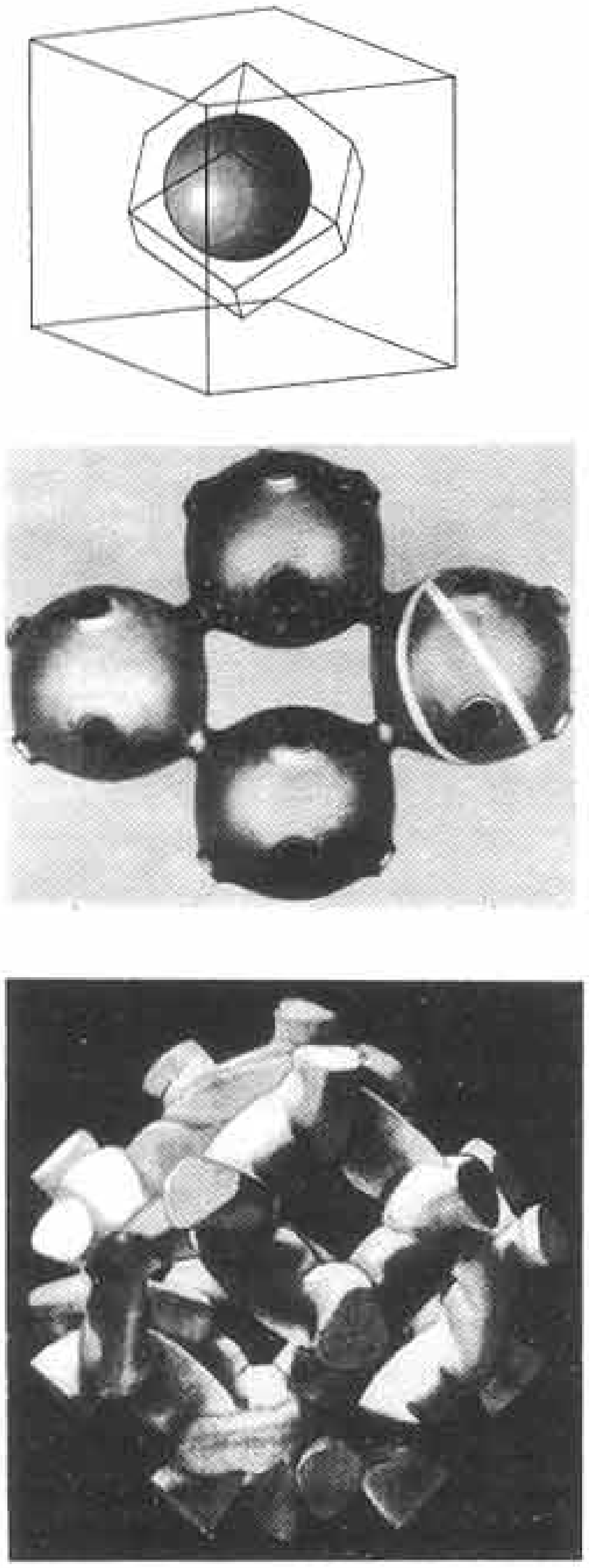

Рис.4. Поверхности Ферми: а) щелочных металлов (близки к сферам), б) золота, в) свинца

Ферми обладает таким-то свойством. На научном сленге этот подход именовался *спектроскопическими возможностями метода*. Многолетние исследования многих физиков в разных странах привели к тому, что поверхности Ферми практически всех металлов известны. На рисунке 4 приведены примеры поверхностей Ферми. Обратите внимание, сколь они непросты. Только металлы первой группы таблицы Менделеева (ее левой половины) имеют поверхности Ферми, близкие к сферам — поверхностям Ферми свободных электронов. Да и у них не все так просто: масса электрона m^* (ее вычисляют по отношению p_F/v_F, где p_F — радиус Ферми-сферы, а v_F — скорость фермиевских электронов) отличается от массы электрона в пустом пространстве (например, у лития $m^* = 2{,}3m_e$).

Определение поверхностей Ферми не всегда, естественно, шло по такой прямолинейной схеме: экспериментальное свойство → форма поверхности. Привлекались появившиеся во второй половине XX века расчетные методы — вычисление зависимости энергии электрона от квазиимпульса с использованием более или менее адекватной модели взаимодействия электронов с ионами и друг с другом. Усовершенствование расчетных методов в результате появления все более «умных» ЭВМ позволяло (и позволяет) использовать все более адекватные модели.

Как построить поверхность Ферми?[5]

Теперь (почти в заключение) — обещанный рассказ о том, как свойства металла в магнитном поле помогают «построить» поверхность Ферми. Очень важно для дальнейшего понять следующее: сходство между электроном в кристалле и электроном в пустом пространстве столь велико (см. таблицу), что позволяет *квазиимпульс считать настоящим импульсом*. Это очень четко понимал И.М.Лифшиц и обращался с электроном в кристалле, как с «обычным» электроном. Только энергия такого электрона — периодическая функция импульса. И все. Это дает возможность строить механику такой частицы по хорошо известным правилам. Например, в магнитном поле $\vec{B}$ на электрон, движущийся со скоростью $\vec{v}$, действует сила Лоренца

$$\vec{F}_Л = e\left[\vec{v}\,\vec{B}\right].$$

Знак [ ] означает *векторное произведение*: $\left[\vec{a}\,\vec{b}\right]$ — вектор, ортогональный векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$ и равный по величине $ab\sin\theta_{ab}$, где θ_{ab} — угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Так вот, отличие силы Лоренца в случае электрона в кристалле от силы Лоренца в пустом пространстве только в том, что $\vec{v} \neq \vec{p}/m$, а $\vec{v} = \dfrac{\partial\varepsilon}{\partial\vec{p}}$ (см. таблицу). Следовательно, движение электрона в металле, помещенном в магнитное поле, описывается следующими уравнениями:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = e\left[\vec{v}\,\vec{B}\right],\quad \vec{v} = \frac{\partial\varepsilon}{\partial\vec{p}},\qquad (9а)$$

$$\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{v}.\qquad (9б)$$

Из этих уравнений следует ряд фактов.

При движении электрона в магнитном поле сохраняются его энергия ε и проекция импульса на магнитное поле p_B. Следовательно, траектория электрона в пространстве импульсов есть плоская кривая, получаемая пересечением поверхности $\varepsilon\left(\vec{p}\right) = \text{const}$ плоскостью $p_B = \text{const}$. В координатном пространстве проекция траектории на плоскость, перпендикулярную магнитному полю $\vec{B}$, получается из траектории в пространстве импульсов поворотом на 90° и изменением масштаба с помощью множителя $\dfrac{1}{|e|B}$ (рис.5).[6]

Рассказывая о движении электрона проводимости в магнитном поле и дойдя до этого места, я понял, что придется часть вычислений пропустить: они требуют более серьезной математической подготовки от читателя, чем та, которой, как принято считать, читатель «Кванта» обладает. Приведу результат. Период обращения электрона проводимости по замкнутой траектории в магнитном поле равен

$$T_B = \frac{2\pi m^*}{|e|B},\quad m^* = \frac{1}{2\pi}\frac{\partial S(\varepsilon, p_B)}{\partial\varepsilon}.\qquad (10)$$

Здесь $S = S(\varepsilon, p_B)$ — площадь, описанная траекторией в пространстве импульсов. Величина m^* имеет размерность массы и называется *эффективной массой в магнитном поле*. Думаю, выражение для m^* может удивить. Но посмотрим, как выглядит эта формула для электрона вне кристалла, у которого $\varepsilon = p^2/(2m)$ и, следовательно, $p_\perp^2 = 2m\varepsilon - p_B^2$, $S(\varepsilon, p_B) = \pi\left(2m\varepsilon - p_B^2\right)$. Отсюда и из

[5] *В этой части статьи рассказывается о некоторых оригинальных результатах И.М.Лифшица. Она более трудна для восприятия, но если вы затратите необходимые усилия и разберетесь в основных идеях, то будете вознаграждены: идеи очень глубокие и красивые!*

[6] *Для доказательства того, что ε и p_B — постоянные, достаточно умножить уравнение движения (9а) на $\vec{v}$ (получим $\varepsilon = const$) и взять его проекцию на $\vec{B}$ (получим $p_B = const$). Подобие траекторий — следствие ортогональности $\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt}$ и $\dfrac{d\vec{p}}{dt}$. Такая ортогональность в каждый момент времени возможна, если траектории подобны и повернуты на 90° друг относительно друга (скорости направлены по касательным к траекториям).*