8. $N_2 = \dfrac{N_1\left(U^2 + PR\right)}{U_1 U} = 72$. 9. $\beta = \operatorname{arctg}(1 - a/F)\operatorname{tg}\alpha = 5°$.

10. $N = \dfrac{4\pi\varepsilon_0 hcr(\lambda_1 - \lambda_2)}{\lambda_1\lambda_2 e^2} = 4{,}3\cdot 10^6$.

## МОСКОВСКИЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

### Математика

*Письменный экзамен*

*Вариант 1*

1. 200 тыс. рублей. *Указание*. За каждый месяц вклад возрастает в одно и то же число раз.

2. $x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}$, $k = -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$; $x = \frac{\pi}{2} + n\pi$, $n = -1, 0, 1, 2$; $x = -\pi$ (всего 12 корней).

3. (0; 2).

4. $S = \frac{3-\sqrt{3}}{4}c^2$. *Указание*. Если $h$ — высота, проведенная к основанию $c$, $\alpha$ и $\beta$ — углы при основании, то $h\operatorname{ctg}\alpha + h\operatorname{ctg}\beta = c$.

5. $[-7;0)\cup[1;2)$.

6. $V_{\max} = 324\pi$.

*Вариант 2*

1. 4 км/ч. *Указание*. Товарищ туриста шел туда и обратно одинаковое время.

2. $\frac{\pi}{2} + k\pi$; $-\frac{\pi}{4} + n\pi$; $\pi$; $k, n \in \mathbf{Z}$, $k \neq 0$, $n \neq 0, 1$.

3. $\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

4. $\dfrac{a\sin\beta\sin\gamma}{\sin(\beta+\gamma)\cos\frac{\beta-\gamma}{2}}$. *Указание*. Найдите угол между биссектрисой и основанием и примените теорему синусов к $\Delta ACD$ и $\Delta ABC$.

5. $(-\infty; -1]\cup(0; \log_2 5]\cup(3; +\infty]$.

6. $\dfrac{2\pi}{9\sqrt{3}}a^3$.

*Вариант 3*

1. $\frac{1}{2}d^3\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}\sin\beta\cos^2\beta$.

2. $x_1 = 1$, $x_2 = 2$.

3. $\dfrac{1}{x+y}$ (желательно указать, что $x \neq \pm y$).

4. $\operatorname{ctg}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}\right)$. *Указание*. Введите угол $\beta = \frac{\pi}{2} - \alpha$. Тогда $\sin\alpha = \cos\beta$, $\cos\alpha = \sin\beta$.

5. $(6;10]$. *Указание*. Не забудьте об условиях $10 - x \geq 0$, $x - 4 \geq 0$.

*Вариант 4*

1. Первый. 2. $-1$; 0; 1; 2; $2\frac{1}{3}$.

3. $[1;3]$. 4. См. рис.10. 5. 6.

6. $-\frac{3}{2}$. *Указание*. Не забудьте убедиться в том, что найденная точка действительно является точкой максимума.

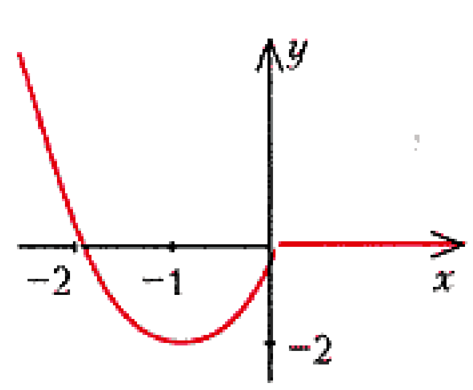


Рис. 10

*Вариант 5*

1. 20. *Указание*. Сначала определите, сколько страниц обработал каждый программист.

2. $-6$; $-5{,}5$; $-3{,}5$; $0{,}5$; $2{,}5$; 6.

3. $\left(-2; 1-\sqrt{6}\right]\cup\left[1+\sqrt{6}; 4\right)$.

4. $(-1;0)$, $(1/3;4/3)$.

5. $2\sqrt[3]{5}$. *Указание*. Не забудьте убедиться в том, что найденная точка действительно является точкой минимума.

6. $\dfrac{a+b}{4}\sqrt{c^2 - \left(\dfrac{b-a}{2}\right)^2}$.

*Задачи устного экзамена*

1. $-1/2$ и 0.

2. $\left(\frac{\pi}{2}; \sqrt{6 - \frac{\pi^2}{4}}\right)$. *Указание*. Исследуйте $x^2 + y^2$.

3. 2,25.

4. При $a < -1$ один корень, при $a = -1$ два корня, при $-1 < a < 0$ — три корня, при $a = 0$ — два корня и при $a > 0$ — один корень.

5. 2; $-k$, $k \in \mathbf{N}$. *Указание*. Представьте 5 в виде $3^{\log_3 5}$.

6. $S = \dfrac{a^2}{8\sin^2\frac{\pi}{n}}\left(\dfrac{2\pi}{n} - \sin\dfrac{2\pi}{n}\right)$.

7. $a < 0$. *Указание*. Укажите на координатной плоскости, где могут находиться точки с абсциссами $-3$, $-1$, 1. Можно также воспользоваться равенством $f(-3) - 2f(-1) + f(1) = 8a$, из которого следует даже, что $a < -11/8$.

8 — 11. См. рис.11,*а*—*г*.

12 — 15. См. рис. 12,*а*—*г*.

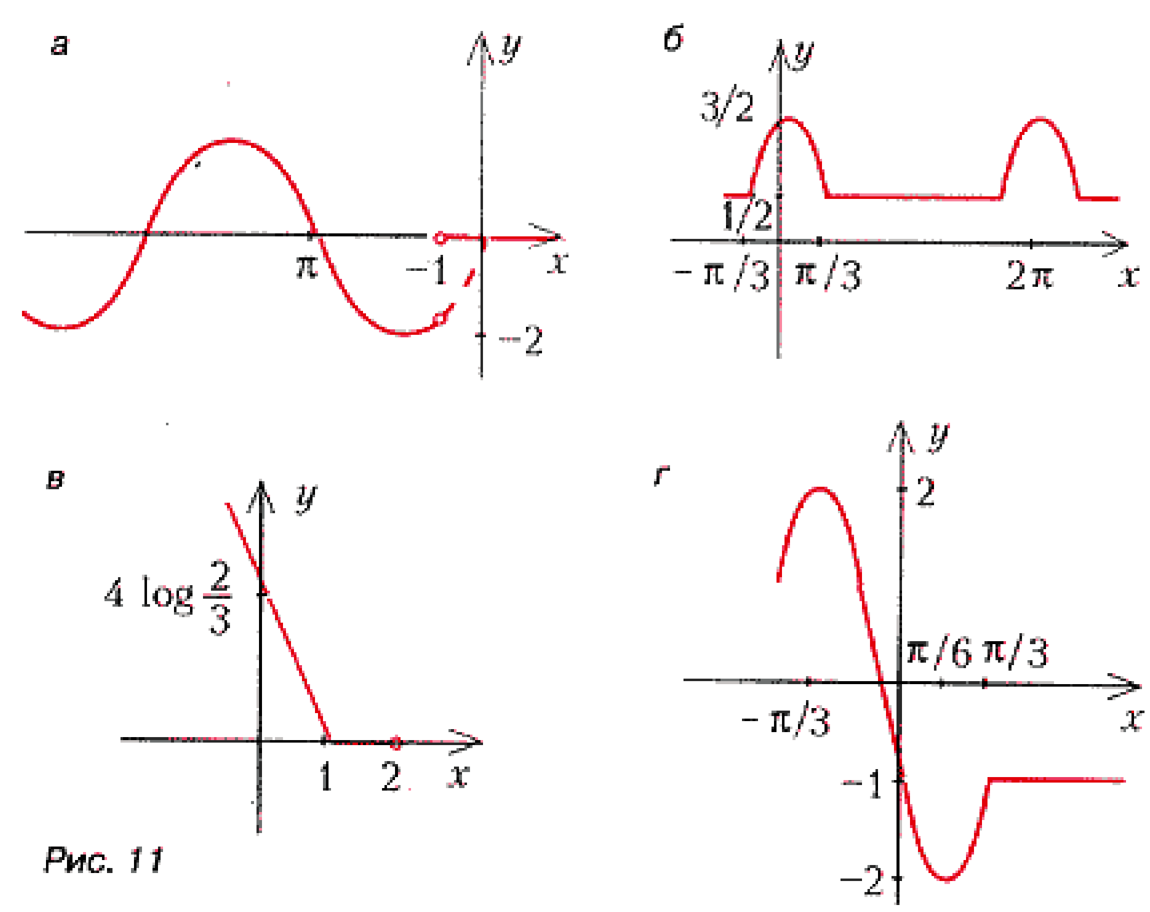


Рис. 11

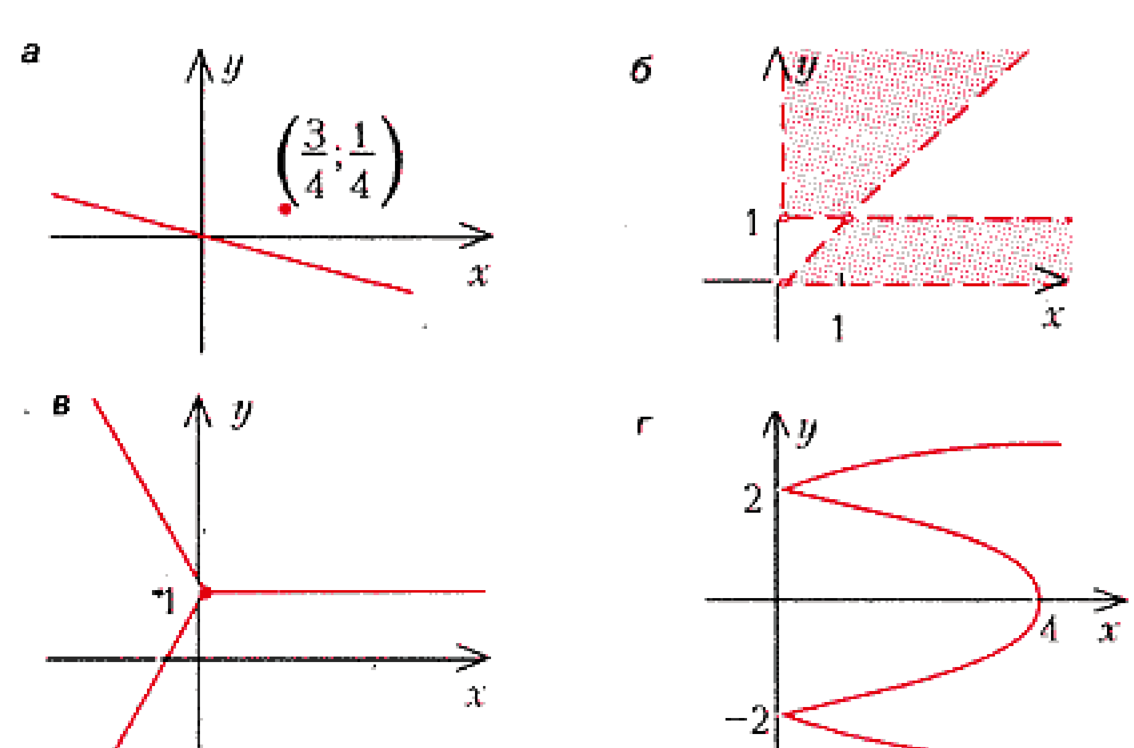


Рис. 12