лярная масса воды, $T = 373$ К, $\rho_в = 10^3$ кг/м^3 — плотность воды. Отсюда отношение объемов пара и воды в начале опыта составляет

$$\frac{V_п}{V_в} = \frac{\rho_в RT}{Mp(\beta - 1)} = 191.$$

5. В соответствии с законом сохранения энергии,

$$\frac{L_1 I_0^2}{2} + \frac{L_2 I_0^2}{2} = \frac{CU_1^2}{2}.$$

Отсюда находим максимальное напряжение на конденсаторе до вставки сердечника:

$$U_1 = I_0\sqrt{(L_1 + L_2)/C}.$$

2) За время вставки сердечника сумма магнитных потоков в катушках сохраняется:

$$L_1 I_0 + L_2 I_0 = \mu L_1 I + L_2 I,$$

откуда находим ток в цепи после вставки сердечника:

$$I = \frac{I_0(L_1 + L_2)}{\mu L_1 + L_2}.$$

За время вставки сердечника заряд на конденсаторе не изменился, т.е. остался равным нулю. По закону сохранения энергии,

$$\frac{CU_2^2}{2} = \frac{\mu L_1 I^2}{2} + \frac{L_2 I^2}{2}.$$

Отсюда находим максимальное напряжение на конденсаторе после вставки сердечника:

$$U_2 = \frac{I_0(L_1 + L_2)}{\sqrt{C(\mu L_1 + L_2)}}.$$

Вариант 2

1. 1) $v_1 = 2v/7 = 2$ м/с;
2) $\Delta W = 45mv^2/112 = 0{,}63$ Дж.
2. $m = kA/g$.
3. 1) $f = L/(1 - r/R) = 30$ см; 2) $F = 10$ см.
4. 1) $T_1 = 2Q/(9\nu R)$; 2) $A = Q/3$.
5. $P = \left(Bvd/(R + \rho d/S)\right)^2 R$.

Вариант 3

1. От $U/2 = 18$ В до $U/12 = 3$ В.
2. 1) $A = 5490$ Дж; 2) $C = -30$ Дж/К.
3. $h_2 = \dfrac{\rho_в - \rho_л}{\rho_с - \rho_л}\,\dfrac{\rho_с - \rho_в}{\rho_в}\,h_1 = 1$ мм.
4. 1) $b = a/2 = 0{,}5$ см; 2) $L = \dfrac{(D + a)F}{2D + a} = 55$ см.
5. 1) $x = 3mg/(2k)$; 2) $T = 3\pi\sqrt{m/k}$.

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЭЛЕКТРОНИКИ И МАТЕМАТИКИ

Математика

Вариант 1

1. 4. *Указание.* Выполните замену $u = \sqrt{2x + 1}$.

2. $\frac{1}{2}$.

3. $18\sqrt{2}$. Поскольку $A'B = 6$, $\angle BA'K = 30°$, $BK \perp AC$ (рис. 9),

$$BK = A'B\sin 30° = 3,\ A'K = A'B\cos 30° = 3\sqrt{3},$$
$$AK = BK/\mathrm{tg}\,30° = \sqrt{3},\ AC = 2AK = 2\sqrt{3},$$

площадь основания призмы равна

$$S = \frac{1}{2}AC \cdot BK = 3\sqrt{3},$$

а так как

$$AA' = \sqrt{A'K^2 - AK^2} = 2\sqrt{6},$$

искомый объем равен

$$V = AA' \cdot S = 18\sqrt{2}.$$

4. В 12 часов. *Указание.* Пусть t — время (в часах) от отправления автомобилей до их встречи в третьем варианте условия,

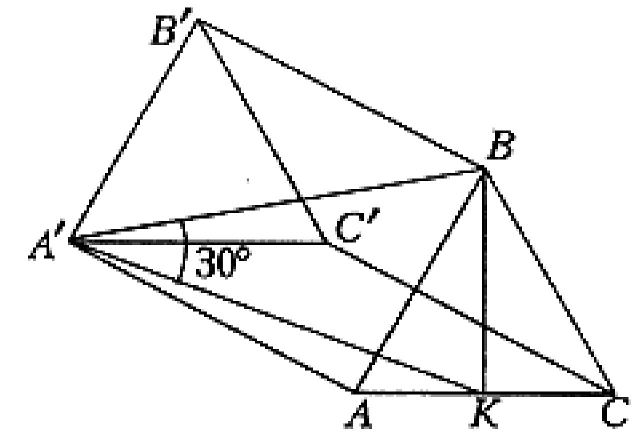

Рис. 9

S — расстояние между A и B. Получаем систему уравнений

$$\begin{cases} S = (v_1 + v_2)\left(t + 1 + \frac{3}{5}\right), \\ S = \left(\frac{3}{2}v_1 + v_2\right)\left(t + \frac{3}{5}\right), \\ S = (v_1 + 3v_2)t, \end{cases}$$

где v_1 и v_2 — скорость автомобилей. После замены $x = v_1/S$, $y = v_2/S$ получим систему из трех уравнений с тремя неизвестными:

$$\begin{cases} 1 = (x + y)\left(t + \frac{8}{5}\right), \\ 1 = \left(\frac{3}{2}x + y\right)\left(t + \frac{3}{5}\right), \\ 1 = (x + 3y)t. \end{cases}$$

5. $x \in \left(-\frac{\pi}{3} + 2\pi k; \frac{\pi}{3} + 2\pi k\right)$, $k \in \mathbf{Z}$; $a \in (4; +\infty)$.
Преобразуем левую часть неравенства, положив $u = \cos x$. Осталось выяснить, при каких a неравенство

$$8u^2 + 4au + 7a - 20 > 0$$

выполняется при всех $u \in [-1; 1]$.

Вариант 2

1. $x_1 = 2$, $x_2 = 3a - 1$ при $a \ne -2, \frac{1}{4}, \frac{2}{3}, 1$;

$$x = 2 \text{ при } a \in \left\{\frac{1}{4}; \frac{2}{3}; 1\right\};\ x = -7 \text{ при } a = -2.$$

2. $1/9$, $1/3^7$. *Указание.* Сделайте замену $u = \log_3 x$.

3. $\frac{4}{3}\pi + 2\pi k$, $k \in \mathbf{Z}$. *Указание.* Уравнение равносильно системе

$$\begin{cases} 7 + 8\cos x = \sin^2 x, \\ \sin x \le 0. \end{cases}$$

4. $S_{полн} = 152$, $r = 24/19$. *Указание.* Воспользуйтесь тем, что объем многогранника, описанного около сферы с радиусом r, равен $Sr/3$, где S — площадь поверхности многогранника.

5. $x = 10/3$; $a \in (-\infty; -1/3] \cup \{1/3\} \cup \{5/12\}$.
Указание. Уравнение равносильно системе

$$\begin{cases} x + a = \sqrt{3x - 1}, \\ x + a > 0, \\ 3x - 1 > 0, \\ 3x - 1 \ne 1. \end{cases}$$

Физика

1. $t = \sqrt{n^2 - 1}\,p/(nmg) = 0{,}87$ с. **2.** $\alpha = \dfrac{F}{4kR} = 0{,}5$ рад.
3. $u_1 = 2v_1 = 10$ м/с.
4. $Q_1 = 5pV/4 = 19$ кДж, $Q_2 = pV/4 = 3{,}8$ кДж.
5. $Q_{x_1} = Q_x/n = 10$ кДж. **6.** $q = Q(\varepsilon - 1)/\varepsilon$.
7. $\omega = \sqrt{4qE/(ml)} = 0{,}5 \cdot 10^{10}$ с$^{-1}$.