

холодильнику, если температура холодильника уменьшится в $n = 2,0$ раза.

6. Металлический шар с зарядом $+Q$ окружен сферическим слоем диэлектрика с диэлектрической проницаемостью ϵ (рис.3). Под действием электрического поля шара диэлект-

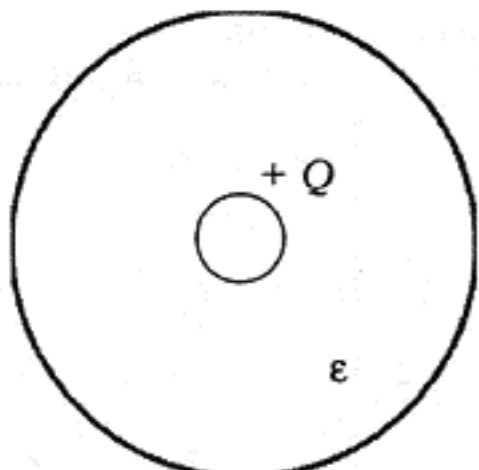


Рис. 3

рик поляризуется, и на границах диэлектрика наводятся связанные заряды. Определите величину связанного заряда на внешней поверхности диэлектрика.

7. Диполь, состоящий из двух разноименных зарядов величиной $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл и массой $m = 70 \cdot 10^{-27}$ кг каждый, расположенных на расстоянии $l = 10$ нм, удерживается в однородном электрическом поле с напряженностью $E = 30$ кВ/м перпендикулярно силовым линиям. Какую максимальную угловую скорость будет иметь диполь, если его отпустить?

8. Первичная обмотка трансформатора имеет $N_1 = 2400$ витков. Сколько витков должна иметь вторичная обмотка, чтобы при напряжении на зажимах $U = 11$ В передавать во внешнюю цепь мощность $P = 22$ Вт? Сопротивление вторичной обмотки $r = 0,2$ Ом, напряжение в сети $U_1 = 380$ В.

9. Луч лазера пересекает главную оптическую ось собирающей линзы с фокусным расстоянием $F = 10$ см на расстоянии $a = 5,0$ см от линзы под углом $\alpha = 10^\circ$. Определите угол между преломленным лучом и главной оптической осью.

10. Уединенный шарик радиусом $r = 5,0$ мм осветили светом с длиной волны $\lambda_1 = 250$ нм. Сколько электронов покинет шарик, если его дополнительно осветить светом с длиной волны $\lambda_2 = 200$ нм? Постоянная Планка $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$ Дж·с. Заряд электрона $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл. Электрическая постоянная $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.

Публикацию подготовили
Ю.Сезонов, В.Тонян

Московский педагогический государственный университет

МАТЕМАТИКА.

Письменный экзамен¹

Вариант 1

(математический факультет)

1. Спустя месяц после того, как некоторая сумма была внесена в банк на срочный депозит, вклад за счет процентов увеличился на 8 тыс. рублей. Внеся дополнительно 42 тыс. рублей, вкладчик оставил свой вклад вместе с доходом еще на месяц под те же проценты. По истечении этого срока на счете вкладчика оказалось 260 тыс. рублей. Какова была первоначальная сумма вклада, если по условиям банка она должна была быть не менее 10 тыс. рублей?

2. Решите уравнение

$$(4 \cos^4 x - \sin^2 2x) \sqrt{(x + \pi) \left(\frac{5\pi}{2} - x \right)} = 0.$$

3. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 3x + 4|y| = 8, \\ x + 3y = 6. \end{cases}$$

4. Найдите площадь треугольника, основание которого равно c , а углы при основании равны 45° и 60° .

5. Решите неравенство

$$\left(\frac{35}{x} - x - 2 \right) \log_{0,25}(2 - x) \geq 0.$$

6. Найдите наибольший возможный объем цилиндра, вписанного в конус, высота которого равна 27 и радиус основания 9.

Вариант 2

(математический факультет)

1. Из поселка А в поселок Б, расстояние между которыми 22 км, отправился турист. Через час из поселка А со скоростью 6 км/ч вышел его товарищ, который, догнав туриста и передав ему забытую вещь, немедленно и с той же скоростью двинулся обратно. Турист же после встречи увеличил свою скорость на 1 км/ч и достиг поселка Б в тот момент, когда его товарищ возвратился в А. Найдите первоначальную скорость туриста.

2. Решите уравнение

$$(\sin 2x + \cos 2x + 1) \sqrt{\left(\frac{\pi}{2} + x \right) (x - \pi)} = 0.$$

3. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} x - y = 1, \\ |x| + y = 2. \end{cases}$$

4. В треугольнике ABC дано, что $BC = a$, $\angle ABC = \beta$, $\angle ACB = \gamma$. Найдите длину биссектрисы AD.

5. Решите неравенство

$$(2^x - 5) \left(x - 2 - \frac{3}{x} \right) \geq 0.$$

6. Найдите наибольший объем конуса с образующей a .

Вариант 3

(физический факультет)

1. Основанием прямой призмы служит ромб с острым углом α . Большая диагональ призмы равна d и составляет с плоскостью основания угол β . Определите объем призмы.

2. Решите уравнение

$$2 \lg x - \lg 4 = -\lg(5 - x^2).$$

3. Упростите выражение

$$\frac{x}{x^2 + y^2} - \frac{y(x - y)^2}{x^4 - y^4}.$$

4. Упростите выражение $\frac{\cos \alpha}{1 - \sin \alpha}$.

5. Решите неравенство

$$\sqrt{10 - x} < x - 4.$$

Вариант 4

(химический факультет)

1. Велосипедист проехал из поселка в город и возвратился обратно, двигаясь с постоянной скоростью. Второй велосипедист ехал в город со скоростью, большей скорости первого на 2 км/ч, а возвращался в поселок со скоростью, меньшей скорости первого велосипедиста на 2 км/ч. Кто из них затратил на весь путь меньше времени?

2. Решите уравнение

$$\sqrt{\left(2\frac{1}{3} - x \right) (x + 1)} \cdot \operatorname{tg} \pi x = 0.$$

3. Решите неравенство

$$(3 - x) \lg(2x - 1) \geq 0.$$

4. Постройте график функции

$$y = -|x|(x + 2) + x(x + 2).$$

5. Боковое ребро правильной треугольной пирамиды наклонено к плоскости основания под углом 45° . Найдите длину стороны основания, если объем пирамиды равен 18.

6. Найдите точку максимума функции

$$f(x) = \frac{27}{x} - 4x^2 \text{ при } x < 0.$$

¹Во всех вариантах, содержащих по 6 задач, за любые пять верно выполненных заданий ставилась максимальная оценка.